Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Diciembre 2011

Problema 1 (5 puntos). La editorial de una pequeña población pone en marcha una campaña de promoción local lanzando al mercado en dos formatos diferentes, libro de tapa dura y edición de lujo con ilustración, una nueva novela de su último escritor contratado. Se dispone de 150 horas en el departamento de impresión y de 240 horas en el departamento de encuadernación. Los ingresos obtenidos por cada libro de tapa dura vendido son de 20 euros y los ingresos por cada libro de la edición de lujoson de 45 euros. Las horas que cada formato requiere en cada departamento se muestran en la siguiente tabla:

	Impresión	Encuadernación
Tapa dura	2	4
Lujo	5	7

¿Cuántos libros de cada formato se deben editar para obtener los máximos ingresos en esta campaña? ¿A cuánto ascienden estos ingresos?

Cantabria (junio 2010)

Solución:

x: nº de libros de tapa dura.

x: nº de libros de edición de lujo.

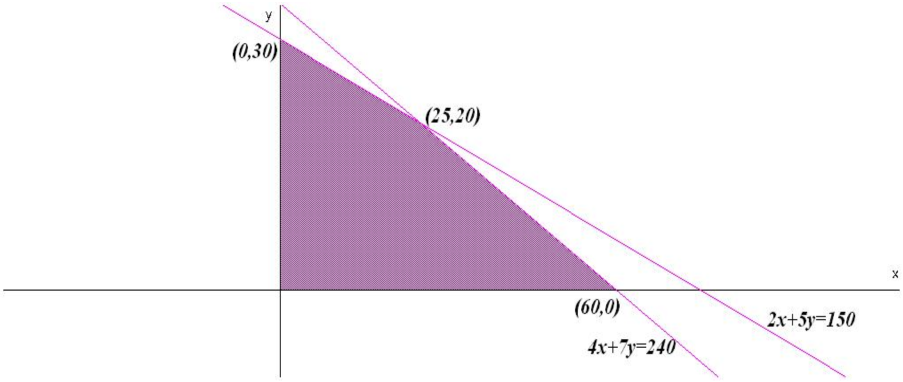
	Impresión	Encuadernación	Ingresos
Tapa dura	2	4	20
Lujo	5	7	45
	≤ 150	≤ 240	

El problema sería encontrar el máximo de la función objetivo:

$$z(x, y) = 20x + 45y$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2x + 5y \leq 150 \\ 4x + 7y \leq 240 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Sustituyendo los puntos tendremos:

$$z(0,30) = 1350$$
$$z(60,0) = 1200$$
$$z(25,20) = 1400$$

Los ingresos máximos serían de 1400 euros con la edición de 25 libros de tapa dura y 20 de lujo.

Problema 2 (5 puntos). Considérese el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rrrr} 2x+ & my+ & mz = & 0 \\ x+ & & 2z = & 1 \\ & y- & 3z = & -2 \end{array}\right.$$

1. Discutir sus posibles soluciones según los valores del parámetro m.
2. Resolver el sistema para $m = 1$ y $m = 0$.

Solución:

1.

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & m & m & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right), \quad |A| = 4m - 4 = 0 \Longrightarrow m = 1$$

Si $m \neq 1 \Longrightarrow |A| \neq 0 \Longrightarrow$Rango$(A) = 3 =$Rango$(\overline{A}) =$ n^o de incógnitas $\Longrightarrow$ Sistema Compatible Determinado.

Si $m = 1$:

$$\overline{A} = \left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right); \ |A| = 0 \text{ y } \left|\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right| = -1 \neq 0$$

Luego $\text{Rango}(A) = 2$.

$$|A_1| = |A_2| = |A_3| = |A_4| = 0 \Longrightarrow \text{Rango}(\overline{A}) = 2$$

Tenemos que:

$\text{Rango}(A) = \text{Rango}(\overline{A}) <$ n$^{\text{o}}$ de incógnitas y es un Sistema Compatible Indeterminado. (Tiene infinitas soluciones)

2. Si $m = 1$:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} 2x+ & y+ & z = & 0 \\ x+ & & 2z = & 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1 - 2\lambda \\ y = -2 + 3\lambda \\ z = \lambda \end{array}\right.$$

Si $m = 0$:

$$\left\{\begin{array}{c} 2x = 0 \\ x + 2z = 1 \\ y - 3z = -2 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ y = -1/2 \\ z = 1/2 \end{array}\right.$$