Examen de Matemáticas II (Septiembre 2012)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + A & \text{si} \quad x \leq 3 \\ -4 + 10x - x^2 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto). Hallar el valor de A para que $f(x)$ sea continua. ¿Es derivable para ese valor de A?

b) (1 punto). Hallar los puntos en los que $f'(x) = 0$.

c) (1 punto). Hallar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[4, 8]$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 3x+ & ay+ & 4z = & 6 \\ x+ & (a+1)y+ & z = & 3 \\ (a-1)x- & ay- & 3z = & -3 \end{cases}$$

se pide:

a) (2 punto). Discutir el sistema según los valores de a.

b) (1 punto). Resolverlo para $a = -1$.

Problema 3 *(2 puntos)* Se dan la recta r y el plano π, mediante

$$r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}, \quad \pi \equiv 2x + y - 2z - 7 = 0$$

Obtener los puntos de la recta cuya distancia al plano es igual a uno.

Problema 4 *(2 puntos)* Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}, \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + z = 4 \end{cases}$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que pasa por $A(2, 3, 4)$ y es paralelo a las rectas r y s.

b) (0,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta que pasa por $B(4, -1, 2)$ y es perpendicular al plano hallado anteriormente.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2012)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el punto $P(2, 1, -1)$, se pide:

a) (0,5 puntos). Hallar el punto P' simétrico de P respecto del punto $Q(3, 0, 2)$.

b) (1,25 puntos). Hallar el punto P'' simétrico de P respecto de la recta $r \equiv x - 1 = y - 1 = z$.

c) (1,25 puntos). Hallar el punto P''' simétrico de P respecto del plano $\pi \equiv x + y + z = 3$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dada la función $f(x) = x^2 \sin x$, se pide:

a) (1 punto). Determinar, justicando la respuesta, si la ecuación $f(x) = 0$ tiene alguna solución en el intervalo abierto $(\pi/2, \pi)$.

b) (1 punto). Calcular la integral de f en el intervalo $[0, \pi]$.

c) (1 punto). Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $(\pi, f(\pi))$. Recúerdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto.

Problema 3 *(3 puntos)* Sean $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ y $\overrightarrow{d} \in R^3$, vectores columna. Si

$$det(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{d}) = -1, \quad det(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}) = 3, \quad det(\overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}) = -2$$

calcular razonadamente el determinante de las siguientes matrices:

a) (0,5 puntos). $det(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{d}, \overrightarrow{b})$.

b) (0,75 puntos). $det(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, -\overrightarrow{d})$.

c) (0,75 puntos). $det(\overrightarrow{d} + 3\overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} - 3\overrightarrow{a} + \overrightarrow{d})$

Problema 4 *(2 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x- & & 2z = & 2 \\ ax- & y+ & z = & -8 \\ 2x+ & & az = & 4 \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 punto). Discutir el sistema según los valores de a.

b) (1 punto). Resolverlo para $a = -5$.

Criterios específicos de corrección

OPCIÓN A

Ejercicio 1.- (3 puntos)
a) Por el estudio de la continuidad: (0,5 puntos) repartidos en planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
Por el estudio de la derivabilidad: (0,5 puntos) repartidos en planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
b) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
c) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
Ejercicio 2.- (3 puntos)
a) Por la obtención de los valores críticos, $a = -1$, $a = -5/3$: (0,5 puntos). Por la discusión de cada uno de los tres casos [$a = -1$], [$a = -5/3$], [$a \neq -1, -5/3$]: (0,5 puntos), repartidos en: Planteamiento (0,25 puntos), Resolución (0,25 puntos).
b) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
Ejercicio 3.- (2 puntos)
Planteamiento, (1 punto). Resolución, (1 punto).
Ejercicio 4.- (2 puntos)
a) Planteamiento, (0,75 puntos). Resolución, (0,75 puntos).
b) Planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- (3 puntos)
a) Planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
b) Planteamiento, (0,75 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
c) Planteamiento, (0,75 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
Ejercicio 2.- (3 puntos)
a) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,5 puntos).
b) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,5 puntos).

Ejercicio 3.- (2 puntos)
a) Planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
b) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
c) Planteamiento, (0,5 puntos). Resolución, (0,25 puntos).
Ejercicio 4.- (2 puntos)
a) Por la obtención del valor crítico $a = -4$: (0,5 puntos). Por la discusión de cada uno de los dos casos [$a = -4$], [$a \neq -4$]: (0,5 puntos), repartidos en: Planteamiento (0,25 puntos), Resolución (0,25 puntos).
b) Planteamiento, (0,25 puntos). Resolución, (0,25 puntos).