

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2011)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos).

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}}$$

b) (1 punto) Calcular la integral: $\int_0^1 \frac{x}{1 + 3x^2} dx$

c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 9x + 14}$.
Hallar el conjunto de puntos en los que la función f tiene derivada.

Problema 2 (3 puntos). Dados los planos

$$\pi_1 : 2x + 3y + z - 1 = 0; \quad \pi_2 : 2x + y - 3z - 1 = 0,$$

y la recta

$$r : \frac{x - 1}{2} = y + 1 = \frac{z + 2}{2};$$

se pide:

- a) (1 punto). El punto o puntos de r que equidistan de π_1 y π_2 .
- b) (1 punto). El volumen del tetraedro que π_1 forma con los planos coordenados XY , XZ e YZ .
- c) (1 punto). La proyección ortogonal de r sobre el plano π_2 .

Problema 3 (2 puntos). Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a + 2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro a .

Problema 4 (2 puntos). Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \sin x & \cos x & 0 \\ \cos x & -\sin x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- a) (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz M .
- b) (1 punto). Hallar la matriz M^2 .
- c) (0,5 puntos). Hallar la matriz M^{25} .

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2011)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos). Dado el punto $P(0, 1, 1)$ y las rectas:

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}, \quad s : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1'5 puntos). Determinar las coordenadas del punto simétrico de P respecto a r .
- b) (1'5 puntos). Determinar la recta que pasa por el punto P , tiene dirección perpendicular a la recta r y corta a la recta s .

Problema 2 (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + 4y = 4k \\ -k^3x + k^2y + kz = 0 \\ x + ky = k^2 \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos). Discutirlo en función del valor del parámetro k .
- b) (0'5 puntos). Resolver el sistema para $k = 1$.
- c) (0'5 puntos). Resolver el sistema para $k = 2$.

Problema 3 (2 puntos). Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x} & \text{si } x < 0 \\ k & \text{si } x = 0 \\ \frac{\cos x - 1}{\sin x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

hallar el valor de k para que f sea continua en $x = 0$. Justificar la respuesta.

Problema 4 (2 puntos).

- a) (1 punto). Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = -\sin x$ y el eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$.
- b) (1 punto). Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x) = -\sin x$ alrededor del eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$.