

Examen de Matemáticas II (Junio 2011)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2a & -2 & a^2 \\ -1 & a & -1 \\ 2 & 1 & a \end{pmatrix}$$

Se pide:

- (1 punto). Calcular el rango de A en función de los valores de a .
- (1 punto). En el caso de $a = 2$, discutir el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$ en función de los valores de b , y resolverlo cuando sea posible.
- (1 punto). En el caso de $a = 1$, resolver el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Problema 2 (3 puntos)

- (1,5 puntos). Hallar el volumen del tetraedro que tiene un vértice en el origen y los otros tres vértices en las intersecciones de las rectas

$$r_1 \equiv x = y = z, \quad r_2 \equiv \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}, \quad r_3 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

con el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 7z = 24$.

- (1,5 puntos). Hallar la recta s que corta perpendicularmente a las rectas

$$r_4 \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{-2}, \quad r_5 \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$$

Problema 3 (2 puntos) Se pide:

- (1 punto). Calcular la integral $\int_1^3 x\sqrt{4+5x^2} dx$.
- (1 punto). Hallar los valores mínimo y máximo absolutos de la función $f(x) = \sqrt{12-3x^2}$.

Problema 4 (2 puntos) Se pide:

1. (1 punto). Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

2. (1 punto). Demostrar que la ecuación $4x^5 + 3x + m = 0$ sólo tiene una raíz real, cualquiera que sea el número m . Justificar la respuesta indicando qué teoremas se usan.

Examen de Matemáticas II (Modelo 2011)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{ax^4 + 1}{x^3}$$

Se pide:

1. (1 punto). Determinar el valor de a para el que la función posee un mínimo relativo en $x = 1$. Para este valor de a obtener los otros puntos en que f tiene un extremo relativo.
2. (1 punto). Obtener las asíntotas de de la gráfica de $y = f(x)$ para $a = 1$.
3. (1 punto). Esbozar la gráfica de la función para $a = 1$.

Problema 2 (3 puntos)

1. (1,5 puntos). Discutir el sistema de ecuaciones $AX = B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & (m-1) \\ 0 & m-1 & 1 \\ m-2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m+2 \end{pmatrix}$$

según los valores de m .

2. (1,5 puntos). Resolver el sistema en los casos $m = 0$ y $m = 1$.

Problema 3 (3 puntos) Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + y - 2z = 1, \quad \pi_2 \equiv x - y + 2z = 1$$

se pide:

1. (0,5 puntos). Estudiar su posición relativa.
2. (1,5 puntos). En caso de que los planos sean paralelos hallar la distancia entre ellos, en caso de que se corten, hallar un punto y un vector de dirección de la recta que determinan.

Problema 4 (2 puntos) Se pide:

1. (0,75 puntos). Hallar la ecuación del plano π_1 que pasa por los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ y $C(0, 0, 1)$.
2. (0,75 puntos). Hallar la ecuación del plano π_2 que contiene al punto $P(1, 2, 3)$ y es perpendicular al vector $\vec{v} = (-2, 1, 1)$.
3. (0,5 puntos). Hallar el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y P .