Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CN
Febrero 2011

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{2x^2 + 7x - 1} \right)$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \left(\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{2}{x^2 - 1} \right)$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{4^x - 3^x}{5^x - 2^x}$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{\tan x - x}{x - \sin x}$

5. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$

6. Calcular n sabiendo que $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x + 5}{3x - 1} \right)^{nx} = 3$

Solución:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 - x + 1} - \sqrt{2x^2 + 7x - 1} \right) = -2\sqrt{2}$

2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \left(\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{2}{x^2 - 1} \right) = 1$

3. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{4^x - 3^x}{5^x - 2^x} = 0$

4. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{\tan x - x}{x - \sin x} = 2$

5. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} (\cos x)^{1/x} = 1$

6. Calcular n sabiendo que $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x + 5}{3x - 1} \right)^{nx} = 5 \Longrightarrow n = \dfrac{\ln 3}{2}$

Problema 2 Calcular las siguientes integrales:

1. $\displaystyle \int (x - 1)e^x \, dx$

2. $\displaystyle \int \dfrac{5e^x}{1 + 9e^{2x}} \, dx$

3. $\displaystyle \int \dfrac{5x^2 - 1}{x + 2} \, dx$

4. $\displaystyle\int x \cot x^2 \, dx$

5. $\displaystyle\int x \cos(x) \, dx$

Solución:

1. $\displaystyle\int (x-1)e^x \, dx = e^x(x-2) + C$

2. $\displaystyle\int \frac{5e^x}{1+9e^{2x}} \, dx = \frac{5}{3}\arctan(3e^x) + C$

3. $\displaystyle\int \frac{5x^2-1}{x+2} \, dx = \frac{5x^2}{2} - 10x + 19\ln|x+2| + C$

4. $\displaystyle\int x \cot x^2 \, dx = \frac{1}{2}\ln|\sin x^2| + C$

5. $\displaystyle\int x \cos(x) \, dx = x\sin x + \cos x + C$