Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato CN

Diciembre 2010

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x\longrightarrow 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{2}{x^2-1}\right)$
2. Calcular el siguiente límite según los diferentes valores del parámetro α $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha x^2+4x+8}\right)^{x+1}$
3. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{12x^2\sqrt{x^2-7x}}{\sqrt{9x^6+5x}}$
4. $\lim_{x\longrightarrow 0}(\cos x+\sin x)^{1/x}$
5. Calcular n sabiendo que $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{5x^2+x-1}{5x^2+2}\right)^{3nx}=7$

Solución:

1. $\lim_{x\longrightarrow 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{2}{x^2-1}\right)=1$
2. Calcular el siguiente límite según los diferentes valores del parámetro α $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha x^2+4x+8}\right)^{x+1}$ $\Longrightarrow$ Si $\alpha=0$ el límite vale $e^{1/4}$ y si $\alpha\neq 0$ el límite vale 1.
3. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{12x^2\sqrt{x^2-7x}}{\sqrt{9x^6+5x}}=4$
4. $\lim_{x\longrightarrow 0}(\cos x+\sin x)^{1/x}=e$
5. Calcular n sabiendo que $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{5x^2+x-1}{5x^2+2}\right)^{3nx}=7\Longrightarrow n=\frac{5\ln 7}{3}$

Problema 2 Calcular las siguientes integrales:

1. $\int_0^1 x\ln x\,dx$ (Modelo 2010 Andalucía)
2. $\int_1^4\frac{\sqrt{x}+e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$ (Castilla La Mancha 2009)
3. $\int_0^{\ln 5}\frac{e^x}{(1+e^x)^2}\,dx$ (Galicia 2009)

4. $\displaystyle\int_0^x t^2 e^{-t}\, dt$ (Madrid 2009)

5. $\displaystyle\int x^2 \sin(2x)\, dx$ (País Vasco 2009)

6. $\displaystyle\int_{\sqrt{\pi}2}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2)\, dx$ (Zaragoza 2009)

Solución:

1. $\displaystyle\int_0^1 x \ln x\, dx = \frac{1}{4}$

2. $\displaystyle\int_1^4 \frac{\sqrt{x} + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx = e^2 - e + 3$

3. $\displaystyle\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{(1+e^x)^2}\, dx = \frac{1}{3}$

4. $\displaystyle\int_0^x t^2 e^{-t}\, dt = -x^2 e^{-x} - 2x e^{-x} - 2e^{-x} + 2$

5. $\displaystyle\int x^2 \sin(2x)\, dx = -\frac{x^2}{2}\cos(2x) + \frac{x}{2}\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + C$

6. $\displaystyle\int_{\sqrt{\pi}2}^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2)\, dx = -\frac{1}{2}$