

Examen de Matemáticas II (Modelo 2010)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = e^x + a e^{-x},$$

siendo a un número real, estudiar los siguientes apartados en función de a :

1. (1,5 puntos). Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
2. (1 punto). Estudiar para que valor, o valores, de a la función f tiene alguna asíntota horizontal.
3. (0,5 puntos) Para $a \geq 0$, hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 2$.

Problema 2 (3 puntos) Se consideran las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

$$s \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$$

1. (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta t que corta a r y s , y que contiene al origen de coordenadas.
2. (1,5 puntos). Determinar la mínima distancia entre las rectas r y s .

Problema 3 (2 puntos) Obtener, para todo número natural n , el valor de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^n$$

Problema 4 (2 puntos) Discutir razonadamente, en función del parámetro k , el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + ky + z = k + 2 \\ kx + y + z = k \\ x + y + kz = -2(k + 1) \end{cases}$$

Examen de Matemáticas II (Modelo 2010)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = x^3 - x$$

Se pide:

1. (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(-1, f(-1))$.
2. (1 punto). Determinar los puntos de intersección de la recta hallada en el apartado anterior con la gráfica de f .
3. (1 punto). Calcular el área de la región acotada que está comprendida entre la gráfica de f y la recta obtenida en el apartado anterior.

Problema 2 (3 puntos) Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + z = 2 \\ x + \lambda y - z = 4 \\ -\lambda x - y - z = -5 \end{cases}$$

1. (1 punto). Discutirlo para los distintos valores del parámetro λ
2. (1 punto). Resolverlo cuando el sistema sea compatible indeterminado.
3. (1 punto). Resolverlo para $\lambda = -2$.

Problema 3 (2 puntos) Dados los puntos $A(2, 2, 3)$ y $B(0, -2, 1)$, hallar el punto, o los puntos, de la recta:

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$$

que equidistan de A y de B .

Problema 4 (2 puntos) Dados el plano $\pi \equiv 5x - 4y + z = 0$ y la recta:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

contenida en π , obtener la recta s contenida en π que es perpendicular a r , y que pasa por el origen de coordenada $O(0, 0, 0)$.