Examen de Matemáticas II (Modelo 2010)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = e^x + a\,e^{-x},$$

siendo a un número real, estudiar los siguientes apartados en función de a:

1. (1,5 puntos). Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

2. (1 punto). Estudiar para que valor , o valores, de a la función f tiene alguna asíntota horizontal.

3. (0,5 puntos) Para $a \geq 0$, hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 2$.

Problema 2 *(3 puntos)* Se consideran las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

$$s \equiv \frac{x-5}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$$

1. (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta t que corta a r y s, y que contiene al origen de coordenadas.

2. (1,5 puntos). Determinar la mínima distancia entre las rectas r y s.

Problema 3 *(2 puntos)* Obtener, para todo número natural n, el valor de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^n$$

Problema 4 *(2 puntos)* Discutir razonadamente, en función del parámetro k, el siguiente sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & ky+ & z = & k+2 \\ kx+ & y+ & z = & k \\ x+ & y+ & kz = & -2(k+1) \end{array}\right.$$

Examen de Matemáticas II (Modelo 2010)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = x^3 - x$$

Se pide:

1. (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(-1, f(-1))$.
2. (1 punto). Determinar los puntos de intersección de la recta hallada en el apartado anterior con la gráfica de f.
3. (1 punto). Calcular el área de la región acotada que está comprendida entre la gráfica de f y la recta obtenida en el apartado anterior.

Problema 2 *(3 puntos)* Dado el sistema:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & & z= & 2 \\ x+ & \lambda y- & z= & 4 \\ -\lambda x- & y- & z= & -5 \end{array}\right.$$

1. (1 punto). Discutirlo para los distintos valores del parámetro λ
2. (1 punto). Resolverlo cuando el sistema sea compatible indeterminado.
3. (1 punto). Resolverlo para $\lambda = -2$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dados los puntos $A(2, 2, 3)$ y $B(0, -2, 1)$, hallar el punto, o los puntos, de la recta:

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{2}$$

que equidistan de A y de B.

Problema 4 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi \equiv 5x - 4y + z = 0$ y la recta:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

contenida en π, obtener la recta s contenida en π que es perpendicular a r, y que pasa por el origen de coordenada $O(0, 0, 0)$.