Examen de Matemáticas II (Junio 2010-General)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$$

se pide:

1. (0,75 puntos). Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
2. (0,75 puntos). Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$.
3. (0,75 puntos). Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de $f(x)$.
4. (0,75 puntos). Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de $f(x)$, el eje de abcisas y las rectas $y = x + 2$, $x = 1$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4}$$

se pide:

1. (2 puntos). Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s
2. (1 puntos). Calcular la mínima distancia entre las rectas r y s.

Problema 3 *(2 puntos)* Dado el sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} x+ & ky- & z = & 0 \\ 2x- & y+ & 2z = & 0 \\ x- & 4y+ & kz = & 0 \end{array}\right.$$

se pide:

1. (1 punto). Determinar para qué valores del parámetro k el sistema tiene soluciones distintas de $x = y = z = 0$.
2. (1 punto). Resolverlo para el casa de $k = 3$.

Problema 4 *(2 puntos)* Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (1 punto). Hallar dos constantes a y b, tales que $A^2 = aA + bI$.
2. (1 punto). Sin calcular explícitamente A^3 y A^4, y utilizando sólo la expresión anterior, obtener la matriz A^5.

Examen de Matemáticas II (Junio 2010-General) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}\ln x}{2^x} & \text{si} \quad x > 0 \\ \\ x + k & \text{si} \quad x \le 0 \end{cases}$$

donde $\ln x$ significa logaritmo neperiano de x, se pide:

1. (1 punto). Determinar el valor de k para que la función sea continua en $\mathbf{R}$.
2. (1 punto). Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
3. (1 punto). Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abcisa $x = 1$.

Problema 2 *(3 puntos)* Dado el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} x+ & ay- & z = & a \\ ax+ & & 2z = & -2 \\ x+ & & z = & -2 \end{array} \right.$$

1. (2 puntos). Discutirlo según los valores del parámetro a.
2. (1 punto). Resolverlo en el caso de $a = 0$.

Problema 3 *(2 puntos)* Dadas las rectas:

$$r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}, \quad s \equiv \left\{ \begin{array}{l} x + z = 3 \\ 2x - y = 2 \end{array} \right.$$

se pide:

1. (1 punto). Hallar la ecuación del plano π determinado por r y s.

2. (1 punto). Hallar la distancia desde el punto $A(0, 1, -1)$a la recta s.

Problema 4 *(2 puntos)* Sea el plano π que contiene a los puntos $P(1, 0, 0)$, $Q(0, 2, 0)$ y $R(0, 0, 3)$. Se pide:

1. (1 punto). Hallar el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos P, Q y R.

2. (1 punto). Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π.