Examen de Matemáticas II (Modelo 2009)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos) Dados el plano $\pi : x + 2y - z = 2$, la recta:

$$r : \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{4}$$

y el punto $P(-2, 3, 2)$, perteneciente al plano π , se pide:

1. (0,5 puntos). Determinar la posición relativa de π y r .
2. (1 punto). Calcular la ecuación de la recta t contenida en π , que pasa por el punto P y que corta perpendicularmente a r .
3. (1,5 puntos). Sea Q el punto intersección de r y t . Si s es la recta perpendicular al plano π y que contiene a P , y R es un punto cualquiera de s , probar que la recta determinada por R y Q es perpendicular a r .

Problema 2 (3 puntos) Sea:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2}{4} & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ \frac{7}{12} (1 - (x-2)^2) & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

1. (1 punto). Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $f(x)$.
2. (1 punto). Hallar los máximos y mínimos locales de $f(x)$.
3. (1 punto). Dibujar la gráfica de $f(x)$.

Problema 3 (2 puntos) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 2k \\ 3x - 5y = k \end{cases}$$

1. (1 punto) Discutirlo según los distintos valores del parámetro k .
2. (1 punto) Resolverlo en los casos en que sea posible.

Problema 4 (2 puntos) Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 2(x^2 - 1) & x + 1 & (x + 1)^2 \\ x - 1 & x + 1 & x + 1 \\ (x - 1)^2 & x - 1 & x^2 - 1 \end{vmatrix} = 0$$

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2008)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (3 puntos). Dados el punto $P(1, -1, 2)$ y el plano $\pi : 2x - y + z = 11$, se pide:

- (1,5 puntos). Determinar el punto Q de intersección del plano π con la recta perpendicular a π que pasa por P . Hallar el punto simétrico del punto P respecto del plano π .
- (1,5 puntos). Obtener la ecuación del plano paralelo al plano π que contiene al punto H que se encuentra a $5\sqrt{6}$ unidades del punto P en el sentido del vector $\vec{PQ}$.

Problema 2 (3 puntos) Si $A = (C_1, C_2, C_3)$ es una matriz cuadrada de orden 3 con columnas C_1, C_2, C_3 , y se sabe que $\det(A) = 4$, se pide:

- (1 punto). Calcular $\det(A^3)$ y $\det(3A)$.
- (2 puntos). Calcular $\det(B)$ y $\det(B^{-1})$, siendo $B = (2C_3, C_1 - C_2, 5C_1)$ la matriz cuyas columnas son:

$$2C_3, C_1 - C_2, 5C_1$$

Problema 3 (2 puntos) Sea:

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$$

- (1 punto). Estudiar la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
- (1 punto). Estudiar cuándo se verifica que $f'(x) = 0$. Puesto que $f(1) = f(-1)$, ¿existe contradicción con el teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 1]$?

Problema 4 (3 puntos) Sea

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

donde $\ln x$ significa logaritmo neperiano de x . Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de $f(x)$, y por la recta $y = 1$.