

# Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Febrero 2008

---

---

**Problema 1** Dada la curva  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ , se pide:

- Dominio y asíntotas.
- Signo de la función.
- Simetrías y cortes con los ejes.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y Mínimos si los hay.
- Estudiar su curvatura.
- Calcular sus puntos de inflexión si los hay.
- Representar gráficamente la curva.

**Solución:**

a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ . Asíntotas:

- Verticales: Las únicas posibles son  $x = -1$  y  $x = 1$

En  $x = -1$ :

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-1}{-1^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x^2 - 1} = \left[ \frac{-1}{-1^-} \right] = +\infty$$

En  $x = 1$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 1} = \left[ \frac{1}{1^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 1} = \left[ \frac{1}{1^+} \right] = +\infty$$

- Horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0 \implies y = 0$$

- Oblicuas no hay al haber horizontales.

b)

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$f(x)$	-	+	-	+

c)  $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 1} = -f(x) \implies$  la función es IMPAR (simétrica respecto al origen).

Para  $x = 0 \implies (0, 0)$ , para  $f(x) = 0$  obtenemos el mismo punto.

d)

$$f'(x) = -\frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2} < 0 \text{ siempre}$$

La función es siempre decreciente.

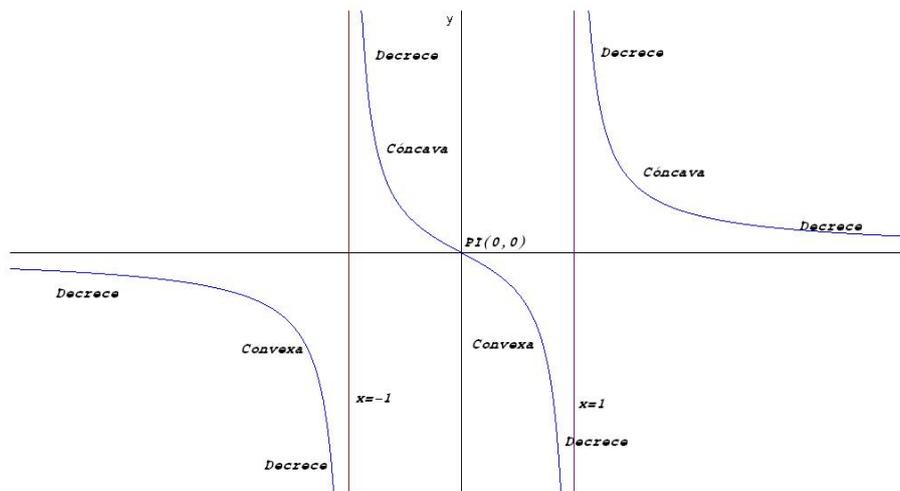
e)

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3} = 0 \implies x = 0$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava	convexa	cóncava

f) A la vista de la tabla anterior la función presenta un punto de inflexión en  $(0, 0)$

g) Representación gráfica:



**Problema 2** Dada la curva  $f(x) = x^3 - 4x + 2$  se pide:

- Tangente a la curva en su punto de inflexión.
- Tangente a la curva paralela a la recta  $y = 8x$

**Solución:**

a)  $f'(x) = 3x^2 - 4$ , y tenemos  $f''(x) = 6x = 0 \implies x = 0$  El punto de inflexión es el  $(0, 2)$

$$m = f'(0) = -4 \implies y - 2 = -4(x - 0) \implies 4x + y - 2 = 0$$

b)

$$m = f'(x) = 3x^2 - 4 = 8 \implies x = \pm 2$$

Para  $x = 2$  estamos en el punto  $(2, 2) \implies y - 2 = 8(x - 2)$

Para  $x = -2$  estamos en el punto  $(-2, 2) \implies y - 2 = 8(x + 2)$