Examen de Matemáticas II (Modelo 2008)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)* Se considera la función

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

a) (1 punto). Hallar sus asíntotas y sus extremos locales.

b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexión de $f(x)$ y dibujar la gráfica de $f(x)$.

Problema 2 *(2 puntos)* Calcular:

a) (1 punto). $\displaystyle\lim_{n\longrightarrow\infty}\left(\frac{2+n}{1+n}\right)^{1-5n}$

b) (1 punto). $\displaystyle\lim_{n\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{n^4+2n^3-3}-\sqrt{n^4-n}}{n+5}$

Problema 3 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y+ & mz= & m+2 \\ 2x+ & (m+1)y+ & (m+1)z= & -m \\ (m+2)x+ & 3y+ & (2m+1)z= & 3m+4 \end{array}\right.$$

a) (2 punto) Discutirlo según los valores del parámetro real m.

b) (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

Problema 4 *(3 puntos)* Sean los puntos $A(1,0,2)$ y $B(1,1,-4)$.

a) (1 punto) Determinar las coordenadas de los puntos P y Q que divide al segmento AB en tres partes iguales.

b) (1 punto) Si P es el punto del apartado anterior más próximo al punto A, determinar la ecuación del plano π que contiene a P y es perpendicular a la recta AB.

c) (1 punto) Determinar la posición relativa del plano π y la recta

$$r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$$

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2007)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos).* Hallar los puntos de la recta $r : \left\{ \begin{array}{r} 2x + z = 0 \\ x - y + z = 3 \end{array} \right.$ cuya distancia al plano $\pi : 3x + 4y = 4$ es igual a $\dfrac{1}{3}$.

Problema 2 *(2 puntos)* Dados los puntos $A(1, 3, -2)$, $B(2, 2k + 1, k)$ y $C(k + 1, 4, 3)$, se pide:

a) (1 punto). Determinar para qué valor de k el triángulo BAC es rectángulo, con el ángulo recto en el vértice A.

b) (1 punto). Para el valor $k = 0$ hallar el área del triángulo ABC.

Problema 3 *(3 puntos)* Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto). Hallar una matriz X tal que $AXA^{-1} = B$.

b) (1 punto). Calcular A^{10}.

c) (1 punto). Hallar todas las matrices M que satisfacen

$$(A - M)(A + M) = A^2 - M^2$$

Problema 4 *(3 puntos)* Se considera la función

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} ax^2 + b & \text{si} & |x| < 2 \\ 1/x^2 & \text{si} & |x| \geq 2 \end{array} \right.$$

Se pide:

a) (1,5 punto). Calcular a y b para que f sea continua y derivable en todo R.

b) (1,5 punto). Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, calcular el área de la región acotada limitada por la gráfica de f el eje horizontal y las rectas $x = 1$, $x = 3$.