

Examen de Matemáticas II (Modelo 2008)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

- a) (1 punto). Hallar sus asíntotas y sus extremos locales.
- b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexión de $f(x)$ y dibujar la gráfica de $f(x)$.

Problema 2 (2 puntos) Calcular:

- a) (1 punto). $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2+n}{1+n} \right)^{1-5n}$
- b) (1 punto). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2n^3 - 3} - \sqrt{n^4 - n}}{n + 5}$

Problema 3 (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + mz = m + 2 \\ 2x + (m+1)y + (m+1)z = -m \\ (m+2)x + 3y + (2m+1)z = 3m + 4 \end{cases}$$

- a) (2 punto) Discutirlo según los valores del parámetro real m .
- b) (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

Problema 4 (3 puntos) Sean los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(1, 1, -4)$.

- a) (1 punto) Determinar las coordenadas de los puntos P y Q que divide al segmento AB en tres partes iguales.
- b) (1 punto) Si P es el punto del apartado anterior más próximo al punto A , determinar la ecuación del plano π que contiene a P y es perpendicular a la recta AB .
- c) (1 punto) Determinar la posición relativa del plano π y la recta

$$r : \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$$

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2007)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos). Hallar los puntos de la recta $r : \begin{cases} 2x + z = 0 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$ cuya distancia al plano $\pi : 3x + 4y = 4$ es igual a $\frac{1}{3}$.

Problema 2 (2 puntos) Dados los puntos $A(1, 3, -2)$, $B(2, 2k + 1, k)$ y $C(k + 1, 4, 3)$, se pide:

- a) (1 punto). Determinar para qué valor de k el triángulo BAC es rectángulo, con el ángulo recto en el vértice A .
- b) (1 punto). Para el valor $k = 0$ hallar el área del triángulo ABC .

Problema 3 (3 puntos) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto). Hallar una matriz X tal que $AXA^{-1} = B$.
- b) (1 punto). Calcular A^{10} .
- c) (1 punto). Hallar todas las matrices M que satisfacen

$$(A - M)(A + M) = A^2 - M^2$$

Problema 4 (3 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } |x| < 2 \\ 1/x^2 & \text{si } |x| \geq 2 \end{cases}$$

Se pide:

- a) (1,5 punto). Calcular a y b para que f sea continua y derivable en todo R .
- b) (1,5 punto). Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, calcular el área de la región acotada limitada por la gráfica de f el eje horizontal y las rectas $x = 1$, $x = 3$.