Examen de Matemáticas II (Junio 2008)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x- & ay = & 2 \\ ax- & y = & a+1 \end{cases}$$

se pide:

1. (2 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro a. Resolverlo cuando la solución sea única.
2. (1 punto). Determinar para qué valor o valores de a el sistema tiene solución en la que $y = 2$.

Problema 2 *(3 puntos)*Dadas las rectas:

$$r : \begin{cases} x - ay = 2 \\ ay + z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x - z = 1 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

se pide:

1. (1,5 puntos). Discutir la posición relativa de las dos rectas r, s según los valores del parámetro a.
2. (1,5 puntos). Si $a = 1$, calcular la distancia mínima entre las dos rectas r y s.

Problema 3 *(2 puntos)* Estudiar los siguientes límites:

1. (1 punto). $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} (e^x - x^2)$
2. (1 punto). $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} \dfrac{4^x + 5^x}{3^x + 6^x}$

Problema 4 *(2 puntos)* Obtener los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = x(\ln(x))^2$$

siendo $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x.

Examen de Matemáticas II (Junio 2008) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos).*Dada la siguiente matriz de orden n:

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 9 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

se pide:

1. (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_2.
2. (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_3.
3. (2 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_5.

Problema 2 *(3 puntos)*

1. (1,5 puntos). Para cada valor de $c > 0$, calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función:
$$f(x) = cx^4 + \frac{1}{c}x^2 + 1$$
el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 1$.
2. (1,5 puntos). Hallar el valor de c para el cual el área obtenida en el apartado anterior es mínima.

Problema 3 *(2 puntos)* Dados los puntos $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, -1)$, $C(0, 1, -2)$ y $D(1, 2, 0)$, se pide:

1. (0,5 puntos). Demostrar que los cuatro puntos no son coplanarios.
2. (1 punto). Hallar la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.
3. (0,5 puntos). Hallar la distancia del punto D al plano π.

Problema 4 *(2 puntos)* Dados el plano $\pi : 3x + 2y - z + 10 = 0$ y el punto $P(1, 2, 3)$, se pide:

1. (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto P.

2. (0,5 puntos) Hallar el punto Q intersección de π con r.

3. (0,5 puntos) Hallar el punto R intersección de π con el eje OY.

4. (0,5 puntos). Hallar el área del triángulo PQR