Examen de Matemáticas II (Septiembre 2007)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)* Hallar los puntos de la recta $r : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-5}{1} = \dfrac{z+1}{1}$ cuya distancia al plano $\pi : 2x - y + 2z + 1 = 0$ es igual a 1.

Problema 2 *(2 puntos)*Sea consideran las rectas:

$$r : \left\{ \begin{array}{c} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right. \qquad s : \left\{ \begin{array}{c} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{array} \right.$$

Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

Problema 3 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} x+ & (k+1)y+ & 2z = & -1 \\ kx+ & y+ & z = & k \\ (k-1)x- & 2y- & z = & k+1 \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los distintos valores de k.

b) (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

Problema 4 *(3 puntos)*

a) (1,5 puntos) Hallar los máximos y los mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x^2 + 1}$$

b) (1,5 puntos) Determinar una función $F(x)$ tal que su derivada sea $f(x)$ y además $F(0) = 4$.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2007) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos).*Calcular una matriz cuadrada X sabiendo que verifica

$$XA^2 + BA = A^2$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Problema 2 *(2 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{rrrl} x+ & 2y- & 3z = & 3 \\ 2x+ & 3y+ & z = & 5 \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular a y b de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $ax + y + bz = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el sistema original.

b) (1 punto) Calcular las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a 4.

Problema 3 *(3 puntos)* Sean las rectas

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}, \quad s : \left\{ \begin{array}{l} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{array} \right.$$

a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s.

b) (1,5 puntos) Calcular la distancia entre el plano π y la recta s.

Problema 4 *(3 puntos)* Sea $g(x)$ una función continua y derivable para todo valor real de x, de la que se conoce la siguiente información:

- $g'(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, mientras que $g'(x) < 0$ para todo $x \in (0, 2)$.
- $g''(x) > 0$ para todo $x \in (1, 3)$ y $g''(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.
- $g(-1) = 0$, $g(0) = 2$, $g(2) = 1$.

- $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ y $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} g(x) = 3$

Teniendo en cuenta los datos anteriores, se pide:

a) (1 punto) Analizar razonadamente la posible existencia o no existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.

b) (1 punto) Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función $g(x)$.

c) (1 punto) Si $G(x) = \displaystyle\int_0^x g(t)\, dt$ encontrar un valor x_0 tal que su derivada $G'(x_0) = 0$