

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2007)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Hallar los puntos de la recta $r : \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{1}$ cuya distancia al plano $\pi : 2x - y + 2z + 1 = 0$ es igual a 1.

Problema 2 (2 puntos) Sea consideren las rectas:

$$r : \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

Problema 3 (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = k \\ (k-1)x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutirlo según los distintos valores de k .
- b) (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

Problema 4 (3 puntos)

- a) (1,5 puntos) Hallar los máximos y los mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x^2 + 1}$$

- b) (1,5 puntos) Determinar una función $F(x)$ tal que su derivada sea $f(x)$ y además $F(0) = 4$.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2007)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos). Calcular una matriz cuadrada X sabiendo que verifica

$$XA^2 + BA = A^2$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Problema 2 (2 puntos) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto) Calcular a y b de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $ax + y + bz = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el sistema original.
- b) (1 punto) Calcular las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a 4.

Problema 3 (3 puntos) Sean las rectas

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}, \quad s : \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s .
- b) (1,5 puntos) Calcular la distancia entre el plano π y la recta s .

Problema 4 (3 puntos) Sea $g(x)$ una función continua y derivable para todo valor real de x , de la que se conoce la siguiente información:

- $g'(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, mientras que $g'(x) < 0$ para todo $x \in (0, 2)$.
- $g''(x) > 0$ para todo $x \in (1, 3)$ y $g''(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.
- $g(-1) = 0$, $g(0) = 2$, $g(2) = 1$.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 3$

Teniendo en cuenta los datos anteriores, se pide:

- (1 punto) Analizar razonadamente la posible existencia o no existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.
- (1 punto) Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función $g(x)$.
- (1 punto) Si $G(x) = \int_0^x g(t) dt$ encontrar un valor x_0 tal que su derivada $G'(x_0) = 0$