Examen de Matemáticas II (Junio 2007)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)* Estudiar el rango de la matriz $\begin{pmatrix} m & m-1 & m(m-1) \\ m & 1 & m \\ m & 1 & m-1 \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro m.

Problema 2 *(2 puntos)* Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

Hallar una matriz X tal que $XAX^{-1} = B$

Problema 3 *(3 puntos)* Dados el punto $A(1,-2,-3)$, la recta $r : \left\{ \begin{array}{l} x+y+1=0 \\ z=0 \end{array} \right.$ y el plano $\pi : x - 2y - 3z + 1 = 0$, se pide:

a) (1,5 puntos) Ecuación del plano que pasa por A, es paralelo a r y perpendicular a π.

b) (1,5 puntos) Ecuación de la recta que pasa por A, corta a r y es paralela a π.

Problema 4 *(3 puntos)* Se considera la función $f(x) = x^2 + m$, donde $m > 0$ es una constante.

a) (1,5 puntos) Para cada valor de m hallar el valor de $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ pase por el origen de coordenadas.

b) (1,5 puntos) Hallar el valor de m para que la recta $y = x$ sea tangente a la gráfica de $f(x)$.

Examen de Matemáticas II (Junio 2007) Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)*.Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje OX.

Problema 2 *(2 puntos)* Dibujar la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{|x|}{2 - x}$$

indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

Problema 3 *(3 puntos)* Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) (1,5 puntos) Encontrar las condiciones que deben cumplir a, b y c para que se verifique $AB = BA$.

b) (1,5 puntos) Para $a = b = c = 1$, calcular B^{10}.

Problema 4 *(3 puntos)* Sean los puntos

$$A(\lambda, 2, \lambda), \quad B(2, -\lambda, 0), \quad C(\lambda, 0, \lambda + 2)$$

a) (1 punto) ¿Existe algún valor de λ para el que los puntos A, B y C están alineados?

b) (1 punto) Comprobar que si A, B y C no están alineados el triángulo que forman es isósceles.

c) (1 punto) Calcular la ecuación del plano que contiene al triángulo ABC para el valor $\lambda = 0$ y hallar la distancia de este plano al origen coordenadas.