Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CN)

Diciembre 2006

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \longrightarrow 1} \dfrac{x^3+x-2}{x^2-1}$

b) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x}\right)^{2x+1}$

c) $\lim_{x \longrightarrow \infty} (\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1})$

d) $\lim_{x \longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{2x^2-2}-\sqrt{x^2+7}}{x-3}$

Solución:

a) $\lim_{x \longrightarrow 1} \dfrac{x^3+x-2}{x^2-1} = 2$

b) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x}\right)^{2x+1} = e^{4/3}$

c) $\lim_{x \longrightarrow \infty} (\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}) = 0$

d) $\lim_{x \longrightarrow 3} \dfrac{\sqrt{2x^2-2}-\sqrt{x^2+7}}{x-3} = \dfrac{3}{4}$

Problema 2 Calcular k sabiendo que $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x-1}{3x+1}\right)^{kx-2} = e^2$

Solución:

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{kx-2} = [1^{\infty}] = e^{\lambda}$$

$$\lambda = \lim_{x \longrightarrow \infty} (kx-2)\left(\frac{3x-1}{3x+1}\right) = -\frac{2k}{3} = 2 \Longrightarrow k = -3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \longrightarrow 0} \dfrac{x \sin x}{\cos x - 1}$

b) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{xe^{x^2}}{x+1}$

c) $\lim_{x \longrightarrow \pi/2} \dfrac{\sin x - 1}{x \cos x}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{x \sin x}{\cos x - 1} = -2$

b) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{x e^{x^2}}{x+1} \infty$

c) $\lim\limits_{x \longrightarrow \pi/2} \dfrac{\sin x - 1}{x \cos x} = 0$

Problema 4 Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^2+7}}\, dx$

b) $\displaystyle\int \frac{x^3+x-1}{\sqrt{x^2-x-6}}\, dx$

c) $\displaystyle\int x \arctan x \, dx$

Solución:

a) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^2+7}}\, dx = \sqrt{x^2+7} + C$

b) $\displaystyle\int \frac{x^3+x-1}{\sqrt{x^2-x-6}}\, dx = \frac{x^2}{2} + x - 7\ln(x-3) - \frac{13}{5}\ln(x+2) + C$

c) $\displaystyle\int x \arctan x \, dx = \frac{x^2 \arctan x - x + \arctan x}{2} + C$