

# Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CN)

## Mayo 2007

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x-1}$$

Se pide:

1. Dominio
2. Campos de existencia
3. Puntos de corte
4. Simetrías
5. Asíntotas
6. Monotonía y extremos
7. Curvatura y puntos de Inflexión
8. Representación aproximada
9. La recta tangente y la normal a  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = -1$
10. El área encerrada por la gráfica y las rectas  $x = -1$ ,  $x = 1/2$  e  $y = 0$ .

**Solución:**

1.  $Dom f = R - \{1\}$
2.  $\frac{x^3}{x-1} > 0$  en el intervalo  $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$   
 $\frac{x^3}{x^2+1} < 0$  en el intervalo  $(0, 1)$
3. El único punto de corte es el  $(0, 0)$
4. La función no tiene simetrías
5. Asíntotas verticales: en  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \implies \text{No Hay}$$

Asíntotas oblicuas:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - x} = \infty \implies \text{No Hay}$$

6.

$$f'(x) = \frac{x^2(2x - 3)}{(x - 1)^2} = 0 \implies x = 0, \quad x = \frac{3}{2}$$

En  $x = 0$  no hay ni máximo ni mínimo, en ese punto la función pasa de ser decreciente a seguir decreciendo. En  $x = 3/2$ :

	$(-\infty, 3/2)$	$(3/2, \infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	decrece	crece

En el punto  $(\frac{3}{2}, \frac{27}{4})$  la función tiene un mínimo.

La función crece en el intervalo  $(\frac{3}{2}, \infty)$

La función decrece en el intervalo  $(-\infty, 1) \cup (1, \frac{3}{2})$

7.

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 - 3x + 3)}{(x - 1)^3} = 0 \implies x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$f''(x)$	+	-	+
$f(x)$	cóncava	convexa	cóncava

La función convexa en el intervalo  $(0, 1)$

La función cóncava en el intervalo  $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

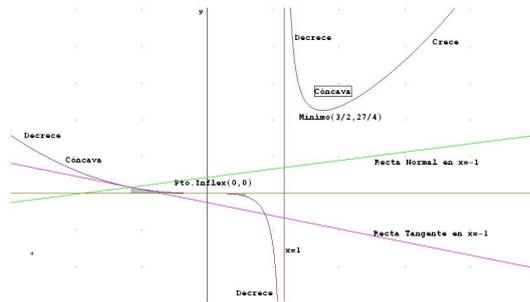
Luego la función tiene un Punto de Inflexión en el punto  $(0, 0)$

8.

$$f(-1) = \frac{1}{2}, \quad f'(-1) = m = -\frac{5}{4}$$

Recta tangente:  $y - \frac{1}{2} = -\frac{5}{4}(x + 1)$  Recta normal:  $y - \frac{1}{2} = \frac{4}{5}(x + 1)$

9.



10.

$$\frac{x^3}{x-1} = 0 \implies x = 0$$

Hay un punto de corte en  $x = 0$  dentro del intervalo de integración  $(-1, 1/2)$

$$F(x) = \int \frac{x^3}{x-1} dx = \frac{2x^3 + 3x^2 + 6x + 6 \ln |x-1|}{6}$$

$$S_1 = |F(0) - F(-1)| = \left| \frac{5 - \ln 2}{6} \right| = \frac{5 - \ln 2}{6} = 0,1401861527$$

$$S_2 = |F(1) - F(0)| = \left| \frac{4 - 6 \ln 2}{6} \right| = \frac{-4 + 6 \ln 2}{6} = 0,02648051389$$

$$S = \frac{5 - \ln 2}{6} + \frac{-4 + 6 \ln 2}{6} = \frac{1}{6} = 0,1666666666 u^2$$