

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las  
CC. Sociales II (Junio 2006)  
Selectividad-Opción B  
Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (3 puntos) Encontrar todas las matrices  $X$  cuadradas  $2 \times 2$  que satisfacen la igualdad

$$XA = AX$$

en cada uno de los casos siguientes:

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

2.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

**Solución:**

1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 3c & 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 3b \\ c & 3d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b = 3b \Rightarrow b = 0 \\ 3c = c \Rightarrow c = 0 \\ a = a \Rightarrow a \text{ cualquiera} \\ 3d = 3d \Rightarrow d \text{ cualquiera} \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c & d \\ 3a & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & a \\ 3d & c \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} c = 3b \\ d = a \Rightarrow c = 0 \\ 3a = 3d \Rightarrow a = d \\ 3b = c \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$$

**Problema 2** (3 puntos) Se considera la curva de ecuación cartesiana:

$$y = x^2 + 8x$$

Se pide:

1. Calcular las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta

$$y = 2x$$

2. Calcular el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva dada y de la recta de ecuación cartesiana

$$y = x + 8$$

**Solución:**

1.

$$f'(x) = 2x + 8 \implies f'(a) = 2a + 8 = 2 \implies a = -3, \quad f(-3) = -15 \implies (-3, -15)$$

2.

$$x^2 + 8x = x + 8 \implies x = 1, \quad x = -8$$

$$\int_{-8}^1 (x^2 + 7x - 8) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 8x \right]_{-8}^1 = -\frac{243}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{243}{2} \text{ u}^2$$

**Problema 3** (2 puntos) Se considera el experimento consistente en lanzar una moneda equilibrada y un dado. Se pide:

1. Describir el espacio muestral de este experimento.
2. Determinar la probabilidad del suceso: "obtener una cara en la moneda y un número par en el dado".

**Solución:**

1.

$$\Omega = \{(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 4), (C, 5), (C, 6), (X, 1), (X, 2), (X, 3), (X, 4), (X, 5), (X, 6)\}$$

2.

$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

**Problema 4** (2 puntos) El tiempo de espera en minutos en una ventanilla se supone aproximado mediante una distribución  $N(\mu, \sigma)$  con  $\sigma = 3$  minutos. Se lleva a cabo un muestreo aleatorio simple de 10 individuos y se obtiene que la media muestral del tiempo de espera es de 5 minutos. Determinar un intervalo de confianza al 95% para  $\mu$ .

**Solución:**

$$z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$I.C. = \left( \bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (3.1406, 6.8594)$$