Examen de Matemáticas Aplicadas a las CC. Sociales II (Junio 2006)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Encontrar todas las matrices X cuadradas 2×2 que satisfacen la igualdad

$$XA = AX$$

en cada uno de los casos siguientes:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Solución:

1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 3c & 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 3b \\ c & 3d \end{pmatrix} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} b = 3b \Longrightarrow b = 0 \\ 3c = c \Longrightarrow c = 0 \\ a = a \Longrightarrow a \text{ cualquiera} \\ 3d = 3d \Longrightarrow d \text{ cualquiera} \end{array}\right.$$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c & d \\ 3a & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & a \\ 3d & c \end{pmatrix} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} c = 3b \\ d = a \Longrightarrow c = 0 \\ 3a = 3d \Longrightarrow a = d \\ 3b = c \end{array}\right.$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix}$$

Problema 2 *(3 puntos)* Se considera la curva de ecuación cartesiana:

$$y = x^2 + 8x$$

Se pide:

1. Calcular las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta

$$y = 2x$$

2. Calcular el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva dada y de la recta de ecuación cartesiana

$$y = x + 8$$

Solución:

1.

$$f'(x) = 2x + 8 \Longrightarrow f'(a) = 2a + 8 = 2 \Longrightarrow a = -3, \;\; f(-3) = -15 \Longrightarrow$$

$$(-3, -15)$$

2.

$$x^2 + 8x = x + 8 \Longrightarrow x = 1, \;\; x = -8$$

$$\int_{-8}^{1} (x^2 + 7x - 8)\, dx = \left.\frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} - 8x\right]_{-8}^{1} = -\frac{243}{2}$$

$$\acute{A}rea = \frac{243}{2}\; u^2$$

Problema 3 *(2 puntos)* Se considera el experimento consistente en lanzar una moneda equilibrada y un dado. Se pide:

1. Describir el espacio muestral de este experimento.

2. Determinar la probabilidad del suceso: "obtener una cara en la moneda y un número par en el dado".

Solución:

1.

$$\Omega = \{(C,1),(C,2),(C,3),(C,4),(C,5),(C,6),(X,1),(X,2),(X,3),(X,4),(X,5),(X,6)\}$$

2.

$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Problema 4 *(2 puntos)* El tiempo de espera en minutos en una ventanilla se supone aproximado mediante una distribución $N(\mu, \sigma)$ con $\sigma = 3$ minutos. Se lleva a cabo un muestreo aleatorio simple de 10 individuos y se obtiene que la media muestral del tiempo de espera es de 5 minutos. Determinar un intervalo de confianza al 95% para μ.

Solución:

$$z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$I.C. = \left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (3.1406, 6.8594)$$