

Problemas de Optimización 2º Bachillerato (CS)

Marzo 2006

Problema 1 Una empresa quiere producir $c(t) = 200 + 10t$ unidades de un producto que quiere vender a $p(t) = 200 - 2t$ euros cada unidad, siendo t el número de días transcurridos desde el inicio de la producción.

1. Hallar, dependiendo de t , la función beneficio.
2. Determinar el intervalo de crecimiento para $B(t)$ cuando $t \leq 100$.
3. Hallar el beneficio acumulado durante los 90 primeros días.

Problema 2 La función $B(x) = \frac{-x^2 + 9x - 16}{x}$ representa, en miles de euros, el beneficio neto de un proceso de venta, siendo x el número de artículos vendidos. Calcular el número de artículos que deben venderse para obtener el beneficio máximo y determinar dicho beneficio máximo.

Problema 3 Una hoja de papel debe de tener 18 cm^2 de texto impreso, márgenes superior e inferior de 2 cm de altura y márgenes laterales de 1 cm de anchura. Obtener razonadamente las dimensiones que minimizan la superficie del papel.

Problema 4 Cada mes, una empresa decide el gasto en publicidad en base a los beneficios que espera obtener dicho mes. Para ella usa la siguiente función, donde G es el gasto en publicidad (en cientos de euros) y x los beneficios esperados (en miles de euros):

$$G(x) = \begin{cases} 6 + 2x - \frac{x^2}{6} & 0 \leq x \leq 9 \\ 3 + \frac{75x + 5400}{10x^2} & x > 9 \end{cases}$$

Se pide:

1. ¿Es el gasto en publicidad una función continua del beneficio?
2. Indica cuando crece y cuando decrece el gasto.
3. Por muchos beneficios que espere ¿el gasto llegará a ser inferior a 4 (cientos de euros)?

Problema 5 Se sabe que la función de beneficios de una empresa es de la forma $B(x) = ax + b\sqrt{x}$ siendo x el número de unidades producidas y a, b parámetros reales.

1. Calcule, si existen, los valores de los parámetros a y b para que una producción de $x = 100$ proporcione un beneficio de 50 unidades monetarias y que además sea el máximo que se puede obtener.
2. Para $a = -1$ y $b = 16$, calcule las cantidades que se han de producir para que el beneficio aumente o disminuya (intervalos de crecimiento y decrecimiento) y los puntos de inflexión de $B(x)$, si existen.

Justificar las respuestas.

Problema 6 Un club deportivo cuenta con un número de socios que viene dado (en miles de personas) por la función:

$$s(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 26$$

donde x indica el número de años desde la última remodelación.

1. Hállese el año en el que el club ha tenido el mayor número de socios.
2. El cuarto año se remodeló de nuevo. Indíquese razonadamente si esta remodelación tubo éxito o no.

Problema 7 Una empresa fabrica cajas de latón sin tapa de volumen 500 cm^3 , para almacenar un líquido colorante. Las cajas tienen la base cuadrada. Hállense la altura y el lado de la base de cada caja para que la cantidad de latón empleada en fabricarlas sea la mínima posible.