

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2006)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Un punto de luz situado en $P(0, 1, 1)$ proyecta la sombra de la recta:

$$x = y = -z$$

sobre el plano $\pi : x - z = 0$.

Calcular las coordenadas del punto de esta proyección que pertenece al plano $z = 1$.

Problema 2 (2 puntos) Se consideran las rectas:

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{2} \quad s : \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -4 + 3\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 1)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

Problema 3 (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = k \\ x + 2y + 3z = 2 \\ kx + ky - 4z = -1 \end{cases}$$

- (2 puntos) Discutirlo según los distintos valores de k .
- (1 punto) Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

Problema 4 (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$$

- (2 puntos) Hallar sus máximos y mínimos locales y/o globales.
- (1 punto) Determinar el valor del parámetro $a > 0$ para el cual es:

$$\int_0^a f(x) dx = -1$$

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2006)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 5 (2 puntos).

- (1 punto). Hallar el punto P en el que se cortan las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad g(x) = +\sqrt{x^2 - 3}$$

- (1 punto). Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en el punto P a cada una de las curvas anteriores y demostrar que son perpendiculares.

Problema 6 (2 puntos) Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2 + \sin x - \cos x}$$

Se pide:

- (1 punto). Calcular los extremos locales y/o globales en el intervalo $[-\pi, \pi]$
- (1 punto). Comprobar la existencia de, al menos, un punto $c \in [-\pi, \pi]$ tal que $f''(c) = 0$. (Sugerencia: utilizar el teorema de Rolle). Demostrar que en c hay un punto de inflexión.

Problema 7 (3 puntos) Dadas las rectas:

$$r : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1} \quad s : \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

- (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s .
- (1,5 puntos). Calcular la distancia de s al plano anterior.

Problema 8 (3 puntos) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- (1,5 punto). Hallar $(A - I)^2$.
- (1,5 punto). Calcular A^4 haciendo uso del apartado anterior.