

**Examen de Matemáticas II (Coordinador 2006)**  
**Selectividad-Opción A**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Un punto de luz situado en  $P(0, 1, 1)$  proyecta la sombra de la recta:

$$x = y = -z$$

sobre el plano  $\pi : x - z = 0$ .

Calcular las coordenadas del punto de esta proyección que pertenece al plano  $z = 1$ .

**Problema 2** (2 puntos) Se consideran las rectas:

$$r : \frac{x}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{2} \quad s : \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -4 + 3\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto  $P(2, -1, 1)$  y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

**Problema 3** (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = k \\ x + 2y + 3z = 2 \\ kx + ky - 4z = -1 \end{cases}$$

1. (2 puntos) Discutirlo según los distintos valores de  $k$ .
2. (1 punto) Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

**Problema 4** (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$$

1. (2 puntos) Hallar sus máximos y mínimos locales y/o globales.
2. (1 punto) Determinar el valor del parámetro  $a > 0$  para el cual es:

$$\int_0^a f(x) dx = -1$$

**Examen de Matemáticas II (Coordinador 2006)**  
**Selectividad-Opción B**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 5** (2 puntos).

- (1 punto). Hallar el punto  $P$  en el que se cortan las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad g(x) = +\sqrt{x^2 - 3}$$

- (1 punto). Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en el punto  $P$  a cada una de las curvas anteriores y demostrar que son perpendiculares.

**Problema 6** (2 puntos) Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2 + \sin x - \cos x}$$

Se pide:

- (1 punto). Calcular los extremos locales y/o globales en el intervalo  $[-\pi, \pi]$
- (1 punto). Comprobar la existencia de, al menos, un punto  $c \in [-\pi, \pi]$  tal que  $f''(c) = 0$ . (Sugerencia: utilizar el teorema de Rolle). Demostrar que en  $c$  hay un punto de inflexión.

**Problema 7** (3 puntos) Dadas las rectas:

$$r : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1} \quad s : \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

- (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .
- (1,5 puntos). Calcular la distancia de  $s$  al plano anterior.

**Problema 8** (3 puntos) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- (1,5 punto). Hallar  $(A - I)^2$ .
- (1,5 punto). Calcular  $A^4$  haciendo uso del apartado anterior.