

Examen de Matemáticas II (Junio 2006)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) dado el sistema homogéneo

$$\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ kx - y + z = 0 \\ (k+1)x + y = 0 \end{cases}$$

averiguar para qué valores de k tiene soluciones distintas de $x = y = z = 0$. Resolverlo en tales casos.

Problema 2 (2 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ encontrar todas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

tales que $AP = PA$.

Problema 3 (3 puntos) Se pide:

- (1 punto) Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.
- (1 punto) Demostrar que la función $a_n = \frac{2n}{n+1}$ es monótona creciente.
- (1 punto) Calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(a_{n+1} - a_n)$

Problema 4 (3 puntos) Sean las rectas:

$$r : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-4} \qquad s : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$$

- (1,5 punto) Hallar la ecuación de la recta t que pasa por el origen y corta a las dos rectas anteriores.
- (1,5 puntos) Hallar la recta perpendicular común a las rectas r y s .

Examen de Matemáticas II (Junio 2006)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 5 (2 puntos) Sea r la recta que pasa por el origen de coordenadas O y tiene como vector director $\vec{v} = (4, 3, 1)$. Hallar un punto P contenido en dicha recta, tal que si se llama Q a su proyección sobre el plano $\pi : z = 0$, el triángulo OPQ tenga área 1.

Problema 6 (2 puntos) Determinar la posición relativa de las rectas:

$$r : \frac{x+4}{-3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z}{1} \quad s : \begin{cases} x+2y-5z-5=0 \\ 2x+2y+2z-4=0 \end{cases}$$

Problema 7 (3 puntos) Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -a \\ 2a & 1 & -1 \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

- (1,5 punto) Determinar el rango de M según los valores del parámetro a .
- (1,5 punto) Determinar para qué valores de a existe la matriz inversa de M . Calcular dicha matriz inversa para $a = 2$.

Problema 8 (3 puntos) Se pide:

- (1,5 punto) Estudiar y representar gráficamente la función:

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

- (1,5 puntos) Hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función anterior y las rectas $y = 1$, $x = 5/2$.