

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2005)**  
**Selectividad-Opción A**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Discutir según los valores del parámetro real  $\lambda$  la posición relativa de los planos

$$\begin{aligned}\pi_1 : x + z &= \lambda \\ \pi_2 : 4x + (\lambda - 2)y + (\lambda + 2)z &= \lambda + 2 \\ \pi_3 : 2(\lambda + 1)x - (\lambda + 6)z &= -\lambda\end{aligned}$$

**Problema 2** (2 puntos) Se consideran las rectas

$$r : \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases}, \quad s : \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Hallar la recta  $t$ , perpendicular a  $r$  y a  $s$ , que pasa por el origen.
- b) (1 punto) Hallar las coordenadas del punto de intersección de la recta  $s$  con la recta  $t$  obtenida en el apartado anterior.

**Problema 3** (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Hallar dos constantes  $\alpha$  y  $\beta$  tales que  $A^2 = \alpha A + \beta I$ .
- b) (1 punto) Calcular  $A^5$  utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior.
- c) (1 punto) Hallar todas las matrices  $X$  que satisfacen  $(A - X)(A + X) = A^2 - X^2$ .

**Problema 4** (3 puntos) Dada la función  $f(x) = \frac{1}{x}$  se pide:

- a) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto  $(a, f(a))$  para  $a > 0$
- b) (1 puntos) Hallar los puntos de corte de la recta tangente hallada en el apartado anterior con los ejes coordenados.
- c) (1 punto) Hallar el valor de  $a > 0$  que hace que las distancias entre los dos puntos hallados en el apartado anterior sea mínima.

**Examen de Matemáticas II (Septiembre 2005)**  
**Selectividad-Opción B**

**Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (2 puntos) Dada la función  $f(x) = \ln \frac{x^2}{x-1}$  donde  $\ln$  significa *logaritmo neperiano*, definida para  $x > 1$ , hallar un punto  $(a, f(a))$  tal que la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en ese punto sea paralela al eje  $OX$ .

**Problema 2** (2 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

- a) (1 punto) Calcular los extremos locales y/o globales de la función  $f(x)$ .
- b) (1 punto) Determinar el valor del parámetro  $a$  tal que:

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{1}{4}$$

**Problema 3** (3 puntos) Se considera la familia de planos:

$$mx + (m-2)y + 3(m+1)z + (m+1) = 0$$

siendo  $m$  un parámetro real.

Se pide:

- a) (1 punto) Determinar la recta común a todos los planos de la familia.
- b) (1 punto) Determinar el plano de esta familia que pasa por el punto  $P(1, 1, 0)$ .
- c) (1 punto) Determinar el plano de esta familia que es paralelo a la recta:

$$\begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ -y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

**Problema 4** (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k & t \\ 0 & 0 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Hallar  $A^{10}$ .
- b) (1 puntos) Hallar la matriz inversa de  $B$ .
- c) (1 punto) En el caso particular de  $k = 0$ , hallar  $B^{10}$ .