

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2005)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos).

1. Justificar razonadamente que la gráfica de la función

$$f(x) = x^{15} + x + 1$$

corta al eje OX al menos una vez en el intervalo $[-1, 1]$.

2. Determinar el número exacto de puntos de corte con el eje OX cuando x recorre toda la recta real.

Problema 2 (2 puntos).

1. (1 punto). Determinar el punto P , contenido en el primer cuadrante, en el que se corta la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2}{2}$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 8$.
2. (1 punto). Calcular el área de la región limitada por la recta que une el origen y el punto P hallado en el apartado anterior, y el arco de la curva $y = \frac{x^2}{2}$ comprendido entre el origen y el punto P .

Problema 3 (3 puntos).

1. (2 punto). Discutir según los valores del parámetro λ el sistema

$$\begin{cases} 2\lambda x + 2y + \lambda z = 1 \\ x + \lambda y - z = 1 \\ 4x + 3y + z = 2\lambda \end{cases}$$

2. (1 punto). Resolver el sistema anterior en los casos en que sea compatible.

Problema 4 (3 puntos) Dados los puntos $A(-1, 1, 1)$, $B(1, -3, -1)$ y $C(1, 0, 3)$, hallar las coordenadas de un punto D perteneciente a la recta:

$$r : x - 1 = \frac{y - 1}{-1} = z - 1$$

de manera que el tetraedro $ABCD$ tenga un volumen igual a 2.

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2006)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 5 (2 puntos). Considerar el siguiente sistema de ecuaciones, en el que a es un parámetro real:

$$\begin{cases} -ax + 4y + az = -a \\ 4x + ay - az = a \\ -x - y + z = 1 \end{cases}$$

Se pide:

1. (1 punto). Discutir el sistema
2. (1 punto). Resolver el sistema para $a = 1$.

Problema 6 (2 puntos) Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

1. (1 punto). Comprobar que

$$A^3 - 2A^2 = 0$$

2. (1 punto). Hallar A^n .

Problema 7 (3 puntos) Sea la función $f(x) = \ln(1+x^2)$, donde \ln significa *Logaritmo Neperiano*.

1. (1 punto). Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los intervalos de concavidad y convexidad.
2. (1 punto). Dibujar la gráfica de f .
3. (1 punto). Calcular las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f en sus puntos de inflexión.

Problema 8 (3 puntos) Se considera la recta: $r : \frac{x}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-5}{2}$ y la familia de rectas dependientes del parámetro m :

$$s : \begin{cases} 3x - y = 8 - 12m \\ y - 3z = 7 - 3m \end{cases}$$

1. (2 puntos). Determinar el valor de m para el que las dos rectas r y s se cortan.
2. (1 punto). Para el caso de $m = 0$, hallar la distancia entre las dos rectas.