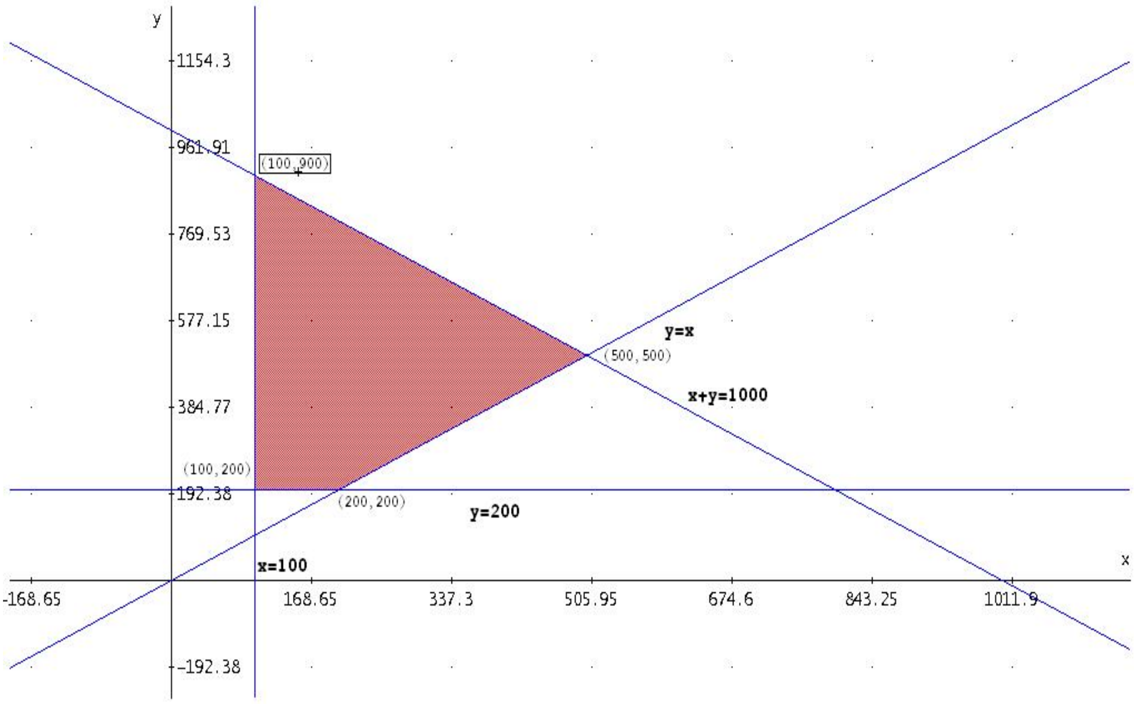
Examen de Matemáticas Aplicadas a las CC. Sociales II (Junio 2005) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Un mayorista vende productos congelados que presenta en dos envases de dos tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el gasto mínimo de almacenaje?. Obtener dicho mínimo.

Solución: Si llamamos x al número de envases de tamaño pequeño, y lla-



mamos y al número de envases de tamaño grande, la función objetivo será: $z(x, y) = 10x + 20y$, que tendremos que minimizar con las restricciones siguientes:

$$\begin{cases} x+y \leq 1000 \\ x \geq 100 \\ y \geq 200 \\ y \geq x \end{cases}$$

La región factible de encuentra representada en el gráfico anterior.

$$\begin{cases} z(100,200) = 10 \cdot 100 + 20 \cdot 200 = 5.000 \\ z(200,200) = 10 \cdot 200 + 20 \cdot 200 = 6.000 \\ z(500,500) = 10 \cdot 500 + 20 \cdot 500 = 15.000 \\ z(100,900) = 10 \cdot 100 + 20 \cdot 900 = 19.000 \end{cases}$$

El mínimo gasto de almacenaje corresponde a 100 envases pequeños y 200 grandes y sería de 5.000 centimos de euro.

Problema 2 *(3 puntos)*

1. Hallar la ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x) = e^{2-x}$ en el punto donde ésta corta al eje de ordenadas.

2. Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x$, el eje OX y las rectas $x = -1$, $x = 4$.

Solución:

1. Primero calculamos el punto de corte con el eje OY (de ordenadas), y para eso hacemos $x = 0 \Longrightarrow f(0) = e^2 \Longrightarrow (0, e^2)$.

   Ahora calculamos la pendiente de la recta

   $$f'(x) = -e^{2-x}, \quad m = f'(0) = -e^2$$

   La recta será

   $$y - e^2 = -e^2x \Longrightarrow e^2x + y - e^2 = 0$$

2. Primero tenemos que comprobar si la gráfica de esta función corta al eje de abcisas en el itervalo $[-1, 4]$, para ello hacemos $f(x) = 0 \Longrightarrow x^2 - 4x = 0 \Longrightarrow x = 0, \;\; x = 4$. Esto quiere decir que, tenemos un punto de corte en ese intervalo en $x = 0$. Calculamos:

   $$\int_{-1}^{0} (x^2 - 4x)dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 \Big]_{-1}^{0} = \frac{7}{3}$$

   $$\int_{0}^{4} (x^2 - 4x)dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 \Big]_{0}^{4} = -\frac{32}{3}$$

   El área pedida será:

   $$S = \left|\frac{7}{3}\right| + \left|-\frac{32}{3}\right| = 13u^2$$

Problema 3 *(2 puntos)* En un experimento aleatorio consistente en lanzar simultáneamente tres dados equilibrados de seis caras, se pide calcular la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos: "Obtener tres unos", "Obtener al menos un dos", "Obtener tres números distintos" y "Obtener una suma de cuatro".

Solución:

1. $P(111) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = 0,00463$
2. $P(alg\acute{u}n\ 2) = 1 - P(ning\acute{u}n\ 2) = 1 - P(\overline{222}) = 1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) = 0,4213$
3. $P(3\ distintos) = 1 - P(3\ iguales) = 1 - 6P(111) = 0,972$
4. $P(suma = 4) = P(211) + P(121) + P(112) = 3P(211) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 0,0139$

Problema 4 *(2 puntos)* Para una población $N(\mu, \sigma = 25)$, ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar μ mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95?.

Solución:

$$1 - \alpha = 0,95 \Longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Longrightarrow P(z \le z_{\alpha/2}) = 0,975 \Longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Longrightarrow 5 = 1,96 \frac{25}{\sqrt{n}} \Longrightarrow \sqrt{n} = \frac{1,96 \cdot 25}{5} \Longrightarrow n = 96,04$$

Luego $n = 97$.