

**Examen de Matemáticas Aplicadas a las  
CC. Sociales II (Septiembre 2005)  
Selectividad-Opción B  
Tiempo: 90 minutos**

---

---

**Problema 1** (3 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones que depende del parámetro real  $p$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = & 0 \\ -x+ & 2y+ & pz = & -3 \\ x- & 2y- & z = & p \end{cases}$$

1. Discutir el sistema según los distintos valores de  $p$ .
2. Resolver el sistema para  $p = 2$ .

**Solución:**

1.

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & p & -3 \\ 1 & -2 & -1 & p \end{array} \right)$$

$$|A| = 3p - 3 = 0 \implies p = 1$$

Si  $p \neq 1 \implies |A| \neq 0 \implies \text{Rango}(A) = \text{Rango}(\bar{A}) = 3 = n^\circ$  de incógnitas, luego el sistema es compatible determinado.

Si  $p = 1$

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{array} \right| = 2 \implies \text{Rango}(\bar{A}) = 3 \neq \text{Rango}(A)$$

Luego en este caso el sistema es incompatible.

2.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+ & y+ & z = & 0 \\ -x+ & 2y+ & 2z = & -3 \\ x- & 2y- & z = & 2 \end{cases} &\implies \begin{bmatrix} F_1 \\ F_1 + F_2 \\ F_3 - F_1 \end{bmatrix} \implies \begin{cases} x+ & y+ & z = & 0 \\ & 3y+ & 3z = & -3 \\ & -3y- & 2z = & 2 \end{cases} \\ &\implies \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_2 \end{bmatrix} \implies \begin{cases} x+ & y+ & z = & 0 \\ & 3y+ & 3z = & -3 \\ & & z = & 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

**Problema 2** (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

- Hallar sus asíntotas.
- Calcular sus máximos y sus mínimos relativos, si existen.

**Solución:**

- Verticales:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2}{x^2 - 9} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2}{x^2 - 9} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2}{x^2 - 9} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2}{x^2 - 9} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -3$$

Las asíntotas verticales son  $x = 3$ , y  $x = -3$ .

Horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 9} = 1$$

La asíntota horizontal es  $y = 1$

Oblicuas: No hay por tener horizontales.

- 

$$f'(x) = \frac{-18x}{(x^2 - 9)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	creciente	decreciente

En el punto  $(0, f(0)) = (0, 0)$  la función pasa de crecer a decrecer y, por tanto, es un máximo.

**Problema 3** (2 puntos) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos, tales que  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{4}$ . Calcular

- $P(B|A)$ .

$$2. P(\bar{A}|B).$$

Nota:  $\bar{A}$  representa el suceso contrario del suceso  $A$ .

**Solución:**

1.

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \implies$$

$$P(A \cap B) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

2.

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{3}{5}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{7}{20}$$

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{20}}{\frac{3}{5}} = \frac{7}{12}$$

**Problema 4** (2 puntos) El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0.2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

**Solución:**

$$N(\mu, 1), \quad n = 100, \quad E = 0.2$$

$$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 0.2 = z_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{100}} \implies$$

$$z_{\alpha/2} = 2 \implies 1 - \alpha = 0.9772$$

El nivel de confianza es del 97.72%.