

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2004)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (1 punto) Determinar la matriz inversa de B .
- (1 punto) Determinar una matriz X tal que $A = B \cdot X$.

Problema 2 (2 puntos)

- (1 punto) Si A es una matriz tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, ¿cuál es el valor del determinante de A ?
- (1 punto) Calcular un número k tal que:

$$\left[\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 3 (3 puntos) Sea el plano $\pi : x + 2y + 3z = 6$.

- (1 punto) Hallar el punto simétrico del $(0, 0, 0)$ respecto de π .
- (1 punto) Hallar el plano perpendicular a π que contiene a OZ .
- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen y los puntos de intersección de π con los ejes de coordenadas.

Problema 4 (3 puntos) Sabiendo que una función $f(x)$ tiene como derivada

$$f'(x) = (x - 4)^2(x^2 - 8x + 7)$$

- (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- (1 punto) Hallar los máximos y mínimos relativos de f .
- (1 punto) ¿Es el punto $x = 4$ un punto de inflexión de f ? Justificar razonadamente la respuesta.

Examen de Matemáticas II (Septiembre 2004)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 5 (2 puntos)

- (1,5 puntos) Hallar el conjunto formado por los puntos del plano $z = 0$ que distan 3 unidades del plano de ecuación $2x - y + 2z = 4$.
- (0,5 puntos) Describir dicho conjunto.

Problema 6 (2 puntos) El plano $\pi : 2x - 2y + z = -2$ determina un tetraedro con los tres planos coordenados. Se pide:

- (0,5 puntos) Calcular la longitud de la altura del tetraedro que parte del origen.
- (0,5 puntos) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene a dicha altura.
- (1 punto) Calcular el área de la cara del tetraedro que está contenida en el plano π .

Problema 7 (3 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$

- (1 punto) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
- (1 punto) Dibujar la gráfica de la función, utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que f tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abcisas son $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, $x_3 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$, respectivamente.
- (1 punto) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función f , el eje OX , la recta $x = 0$, y la recta $x = 2$.

Problema 8 (3 puntos)

- (2 puntos) Discutir según los valores del parámetro real λ el sistema

$$\begin{cases} \lambda x + 3y + z = \lambda \\ x + \lambda y + \lambda z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

- (1 punto) Resolver el sistema anterior en el caso $\lambda = 2$