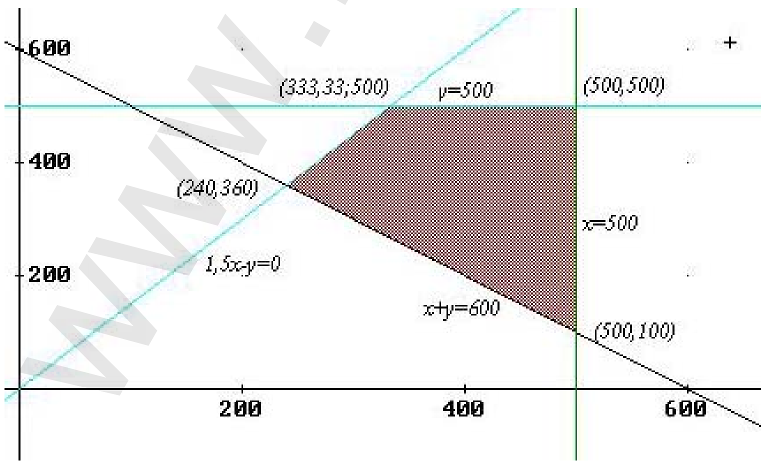
Examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
Selectividad-Opción A (Junio 2004)
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen $500kg$ de A y $500kg$ de B. En la mezcla, el peso de B debe ser menor o igual que $1,5$ veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual a $600kg$. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo.

Solución:

Se trata de un problema de optización. Vamos a llamar x al nº de kg de A, y vamos a llamar y al nº de kg de B. El conjunto de restricciones será el siguiente:

$$\left\{\begin{array}{l} x \leq 500 \\ y \leq 500 \\ 1,5x - y \geq 0 \\ x + y \geq 600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$



$$u(x,y) = 5x + 4y \Longrightarrow \left\{\begin{array}{ll} u(240,360) & = 2640 \\ u(333,33;500) & = 3666,67 \\ u(500,500) & = 4500 \\ u(500,100) & = 2900 \end{array}\right.$$

El coste mínimo sería de 2640 euros que correspondería a $240kg$ de A y $360kg$ de B.

Problema 2 *(3 puntos)* Calcular la integral definida

$$\int_{-1}^{1} (|x| + x + 1)\, dx$$

Nota.- La notación $|x|$ representa el valor absoluto de x.

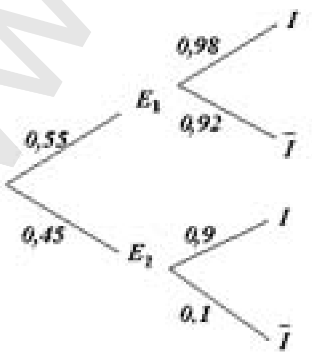
Solución:

$$\int_{-1}^{1} (|x| + x + 1)\, dx = \int_{-1}^{0} (-x + x + 1)\, dx + \int_{0}^{1} (x + x + 1)\, dx =$$

$$\int_{-1}^{0} dx + \int_{0}^{1} (2x + 1)\, dx = x\Big]_{-1}^{0} + x^2 + x\Big]_{0}^{1} = 1 + 2 = 3$$

Problema 3 *(2 puntos)* Dos expertos, E_1 y E_2, realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por E_1 es $0,55$ y por E_2 es $0,45$. Si una peritación ha sido realizada por E_1, la probabilidad de que de lugar a indemnización es 0,98 y si ha sido realizada por E_2, la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por E_2.

Solución:



$$P(I) = P(I|E_1)P(E_1) + P(I|E_2)P(E_2) = 0,55 \cdot 0,98 + 0,45 \cdot 0,90 = 0,944$$

$$P(E_2|I) = \frac{P(I|E_2)P(E_2)}{P(I)} = \frac{0,9 \cdot 0,45}{0,944} = 0,429$$

Problema 4 *(2 puntos)* En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto. Se pide:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos.

2. ¿Cuál es la distribución de la media muestral, si se toman muestras aleatorias de 64 clientes?. Especificar sus parámetros.

Solución:

$N(10,2)$, normal de media $\mu = 10$ y desviación típica $\sigma = 2$.

1.

$$n = 25 \Longrightarrow N\left(10, \frac{2}{\sqrt{25}}\right) = N\left(10, \frac{2}{5}\right) = N(10; 0,4)$$

$$P(\overline{x} \le 9) = P\left(z \le \frac{9-10}{0,4}\right) = P(z \le -2,5) = 1 - P(z \le 2,5) =$$
$$= 1 - 0,9938 = 0,0062$$

2.

$$n = 64 \Longrightarrow N\left(10, \frac{2}{\sqrt{64}}\right) = N\left(10, \frac{2}{8}\right) = N(10; 0,25)$$

Se trata de una normal de media 10 y desviación típica 0,25.