Examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
Selectividad-Opción B (Septiembre 2004)
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(3 puntos)* Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

Solución:

	bañadores	gorros	gafas	beneficio
A	1	1	1	8
B	2	0	1	10
	1600	800	1000	

Observando la tabla anterior, si llamamos x al número de lotes vendidos de A y llamamos y al número de lotes vendidos de B, obtenemos las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x + 2y \le 1600 \\ x \le 800 \\ x + y \le 1000 \\ x \ge 0, \quad y \ge 0 \end{cases}$$

Y la función beneficio será $u(x, y) = 8x + 10y - 1500$, en la que tendremos que encontrar el valor máximo.

Los puntos de corte de la inecuaciones anteriores son los siguientes:

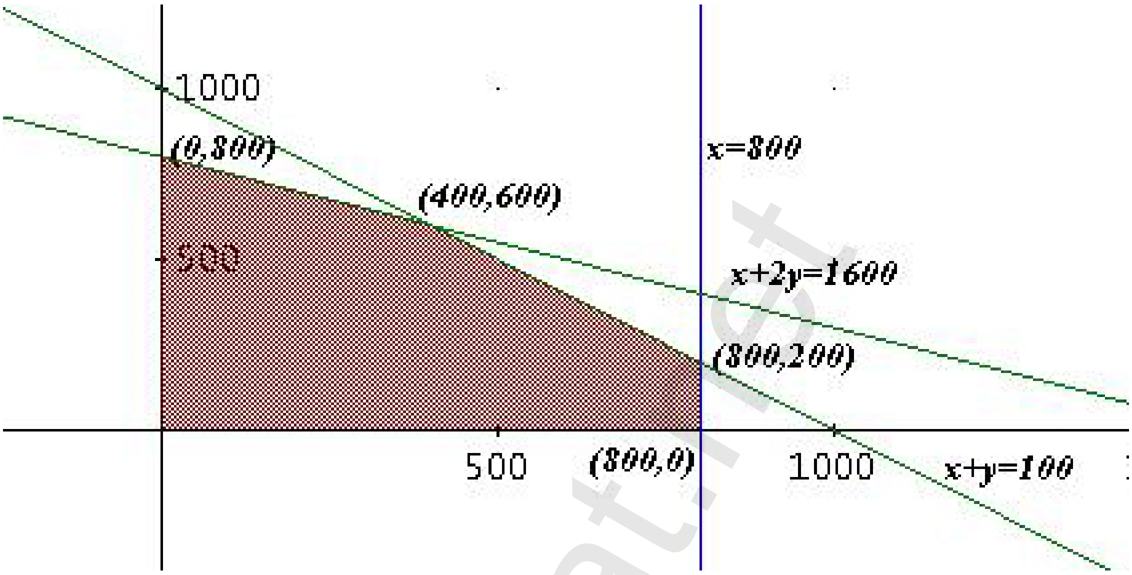
$$(0, 800) \quad (400, 600) \quad (800, 200) \quad (800, 0)$$

Nos producen los siguientes beneficios:

$$\begin{cases} u(0, 800) = 6500 \\ u(400, 600) = 7700 \\ u(800, 200) = 6900 \\ u(800, 0) = 4900 \end{cases}$$

Para obtener un beneficio máximo se deberán vender 400 lotes A y 600 lotes B.

Gráficamente sería:



Problema 2 *(3 puntos)* Sean las funciones

$$f(x) = x^2 - 2x - 8; \quad g(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 4$$

1. Calcular
$$\lim_{x\longrightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)}$$

2. Calcular el recinto acotado limitado por las curvas $f(x)$ y $g(x)$.

Solución:

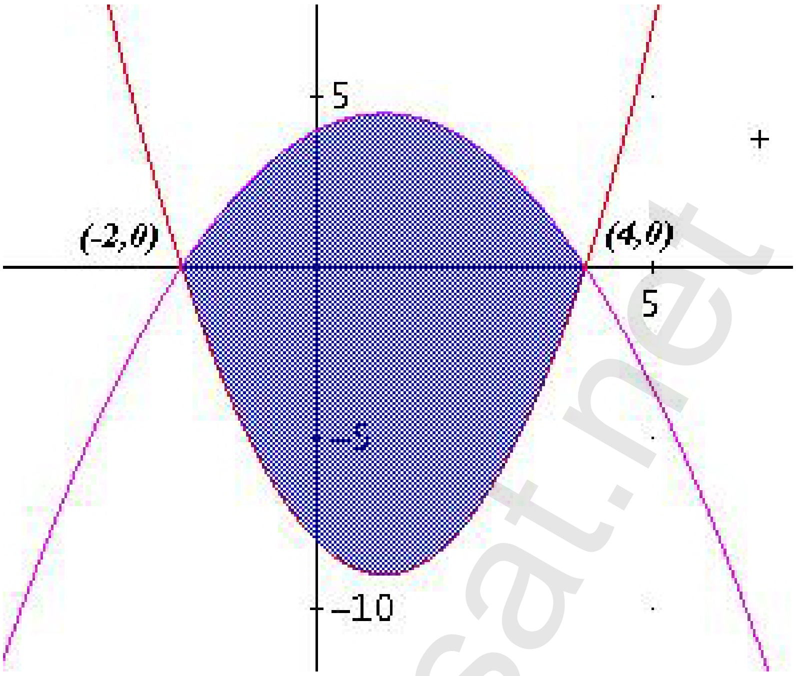
1.
$$\lim_{x\longrightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\longrightarrow 4} \frac{x^2-2x-8}{-\frac{x^2}{2}+x+4} = \lim_{x\longrightarrow 4} \frac{2(x^2-2x-8)}{-x^2+2x+8} = -2$$

2.
$$x^2 - 2x - 8 = -\frac{x^2}{2} + x + 4 \Longrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Longrightarrow x = 4, \;\; x = -2$$

$$\int_{-2}^{4} \left[x^2 - 2x - 8 - \left(-\frac{x^2}{2} + x + 4 \right) \right] dx = \int_{-2}^{4} \frac{3(x^2-2x-8)}{2}\, dx =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right) \Big]_{-2}^{4} = -54$$

$$S = |-54| = 54\, u^2$$



Problema 3 *(2 puntos)* En una población, el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al futbol.

1. Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al futbol.

2. Elegida al azar una person resulta ser aficionada al futbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?.

Solución:
LLamamos $H = \{\text{hombre}\}$, $M = \{\text{mujer}\}$, $A = \{\text{aficionado}\}$, $\overline{A} = \{\text{no aficionado}\}$.

1.

$$P(A) = P(A|H)P(H)+P(A|M)P(M) = 0,80\cdot 0,40+0,20\cdot 0,60 = 0,44$$

2.

$$P(M|A) = \frac{P(A|M)P(M)}{P(A)} = \frac{0,20\cdot 0,60}{0,44} = 0,273$$

Problema 4 *(2 puntos)* Calcular el tamaño mínimo que debe de tener una muestra aleatoria para garantizar que, en la estimación de la media de una población normal con varianza igual a 60, al 90% de confianza, el error de estimación cometido no sea superior a 3 unidades.

Solución:

$$1-\alpha = 0,9 \Longrightarrow \alpha = 0,1 \Longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05 \Longrightarrow P(z \le z_{\frac{\alpha}{2}}) = 0,95 \Longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,64$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,64\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{n}} = 3 \Longrightarrow n = 17,93$$

Luego el tamaño mínimo de la muestra tiene que ser $n = 18$.