

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2003)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos). Determinar los valores de las constantes A , B , C y D para los cuales la gráfica de la función real de variable real

$$f(x) = A \sin x + Bx^2 + Cx + D$$

tiene tangente horizontal en el punto $(0, 4)$ y además su derivada segunda es $f''(x) = 3 \sin x - 10$

Problema 2 (2 puntos). Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{x^2 + 4}{x^2 - 5x + 6} dx$$

Problema 3 (3 puntos). Sea M una matriz cuadrada de orden n que verifica la identidad $M^2 - 2M = 3I$, donde I denota la matriz identidad de orden n . Se pide:

- (1 punto). Estudiar si existe la matriz inversa de M . En caso afirmativo, expresar M^{-1} en términos de M e I .
- (1 punto). Expresar M^3 como combinación lineal de M e I .
- (1 punto). Hallar todas las matrices de la forma $M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que verifican la identidad del enunciado.

Problema 4 (3 puntos) Se consideran el plano π y la recta r siguientes:

$$\pi : x + y - 2z = 6; \quad r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

Se pide:

- (1,5 punto). Hallar el punto simétrico de $M(1, 1, 1)$ respecto del plano π .
- (1,5 punto). Hallar el punto simétrico de $M(1, 1, 1)$ respecto de la recta r .

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2003)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 5 (3 puntos). Hallar todas las matrices X tales que $XA = AX$, siendo A la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Problema 6 (2 puntos). Para cada valor del parámetro real k , se considera el sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 3y = 2k \\ 3x - 5y = k^2 \end{cases}$$

Se pide:

1. (1 punto). Discutir el sistema según los valores de k .
2. (1 punto). Resolver el sistema en los casos en que sea compatible.

Problema 7 (3 puntos) Se consideran los puntos:

$$A(1, 1, 1), \quad B(0, -2, 2) \quad C(-1, 0, 2) \quad D(2, -1, -2).$$

Se pide:

1. (1 punto). Calcular el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y D .
2. (1 punto). Calcular la distancia del punto D al plano determinado por los puntos A , B y C .
3. Hallar unas ecuaciones cartesianas de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A , B y C .

Problema 8 (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}$$

1. (1 punto). Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
2. (0,5 puntos). Hallar los puntos donde la gráfica de f tiene tangente vertical.
3. (0,5 puntos). Representar gráficamente la función.

4. (1 punto). Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas $x = -1$, $x = 1$.

Nota: Para obtener las asíntotas puede ser de utilidad la igualdad:

$$A - B = \frac{A^3 - B^3}{A^2 + AB + B^2}$$