

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

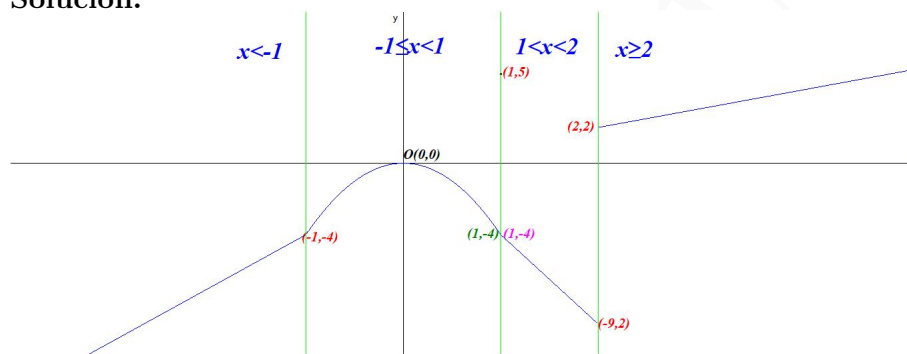
Marzo 2026

Problema 1 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < -1 \\ -4x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 5 & \text{si } x = 1 \\ -5x + 1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

en los puntos $x = -1$, $x = 1$ y en $x = 2$. Representarla gráficamente.

Solución:



En $x = -1$ es continua, en $x = 1$ hay una discontinuidad evitable (agujero), y en $x = 2$ es discontinua no evitable (salto).

Problema 2 Calcular a y b para que la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ bx^2 - x - 2a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable en $x = 1$.

Solución:

Continuidad en $x = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2ax^2 - bx + 1) = 2a - b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (bx^2 - x - 2a) = b - 1 - 2a$$

$$2a - b + 1 = b - 1 - 2a \implies 2a - b = -1$$

Derivabilidad en $x = 1$:

$$f'(x) = \begin{cases} 4ax - b & \text{si } x < 1 \\ 2bx - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$f'(1^-) = 4a - b; \quad f'(1^+) = 2b - 1 \implies 4a - b = 2b - 1 \implies 4a - 3b = -1$$

$$\begin{cases} 2a - b = -1 \\ 4a - 3b = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Problema 3 Calcular a y b para que la función siguiente sea continua en $x = -1$ y en $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3a}{2} & \text{si } x < -1 \\ x-b & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{ax-1}{3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Solución:

Continuidad en $x = -1$:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+3a}{2} = \frac{-1+3a}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} (x-b) = -1-b \end{cases} \implies \frac{-1+3a}{2} = -1-b \implies 3a+2b = -1$$

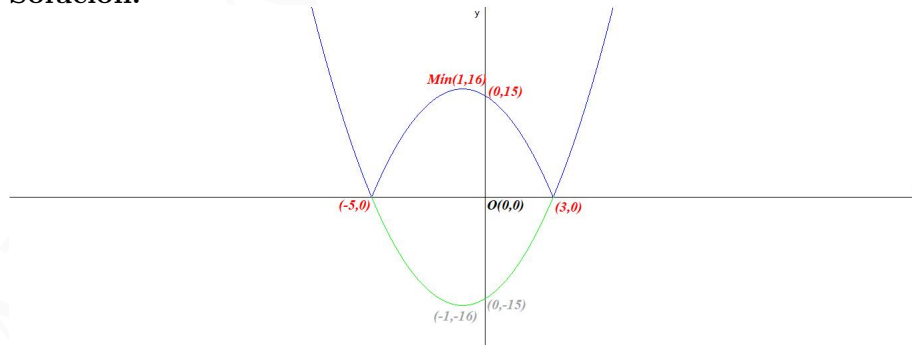
Continuidad en $x = 1$:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-b) = 1-b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax-1}{3} = \frac{a-1}{3} \end{cases} \implies 1-b = \frac{a-1}{3} \implies a+3b = 4$$

$$\begin{cases} 3a+2b = -1 \\ a+3b = 4 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -\frac{11}{7} \\ b = \frac{13}{7} \end{cases}$$

Problema 4 Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = |x^2 + 2x - 15|$ y representarla gráficamente.

Solución:



Hacemos $g(x) = x^2 + 2x - 15 \implies g'(x) = 2x + 2 = 0 \implies x = -1$:

x	y
0	-15
-5	0
3	0
-1	-16

$g''(x) = 2 \implies g''(-1) = 2 > 0 \implies$ por lo que hay un mínimo en el punto $(-1, -16)$. La función valor absoluto convertirá la parte negativa de la curva en su simétrica positiva, por lo que el mínimo se convertirá en un máximo en el punto: $(-1, 16)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 & \text{si } x \leq -5 \\ -(x^2 + 2x - 15) & \text{si } -5 < x \leq 3 \\ x^2 + 2x - 15 & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

f es continua en $x = -5$:

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^-} (x^2 + 2x - 15) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^+} (-x^2 - 2x + 15) = 0$$

$$f(-5) = 0$$

y f es continua en $x = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-x^2 - 2x + 15) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 + 2x - 15) = 0$$

$$f(3) = 0$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < -5 \\ -2x - 2 & \text{si } -5 < x < 3 \\ 2x + 2 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

Derivabilidad en $x = -5$: $f'(-5^-) = -8$ y $f'(-5^+) = 8$, luego no es derivable en $x = -5$.

Derivabilidad en $x = 3$: $f'(3^-) = -8$ y $f'(3^+) = 8$, luego no es derivable en $x = 3$.

Resumiendo: La función es continua en \mathbb{R} y derivable en $\mathbb{R} - \{-5, 3\}$.

Problema 5 Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 - 2bx + c$, encontrar los valores de a , b y c sabiendo que la función pasa por el punto $(0, -1)$ y tiene un extremo en el punto $(3, 4)$. Decidir de que extremo se trata.

Solución:

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 2bx + c \implies f'(x) = 3x^2 + 2ax - 2b$$

$$\begin{cases} f(0) = -1 \implies c = -1 \\ f(3) = 4 \implies 9a - 6b + c + 27 = 4 \\ f'(3) = 0 \implies 6a - 2b + 27 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -59/9 \\ b = -37/6 \\ c = -1 \end{cases}$$

La función pedida es: $f(x) = x^3 - \frac{59}{9}x^2 - \frac{37}{3}x - 1$

$f'(x) = 3x^2 - \frac{118}{9}x + \frac{37}{3}$ y $f''(x) = 6x - \frac{118}{9} \implies f''(3) = 18 - \frac{118}{9} = \frac{44}{9} > 0 \implies x = 3$
es un mínimo relativo.

