Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Marzo 2026

Problema 1 Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-5,0)$, $B(3,0)$ y $C(-1,4)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

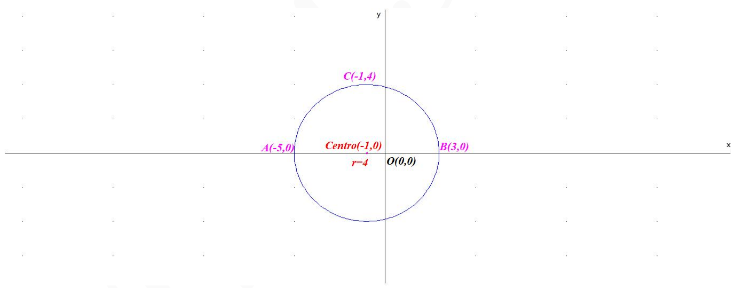
$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\left\{\begin{array}{c} -5m+p=-25 \\ 3m+p=-9 \\ -m+4n+p=-17 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=2 \\ n=0 \\ p=-15 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+2x-15=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=2 \Longrightarrow a=-1 \\ n=-2b=0 \Longrightarrow b=0 \\ p=-15=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=4 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro}=(-1,0)\,,\quad r=4$$



Problema 2 Sea $\dfrac{x^2}{81}+\dfrac{y^2}{16}=1$ la ecuación de una elipse horizontal centrada en el origen de coordenadas. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

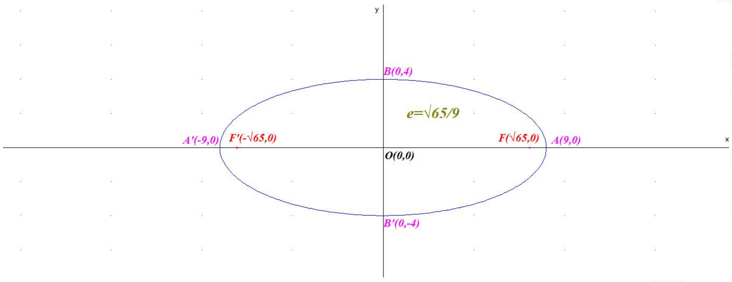
Solución:

$$a^2=81 \Longrightarrow a=9,\quad b^2=16 \Longrightarrow b=4$$

$$a^2=b^2+c^2 \Longrightarrow c=\sqrt{65}\quad e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{65}}{9}$$

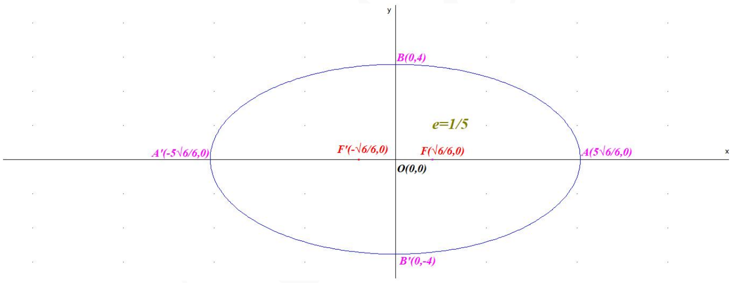
Eje Mayor$=2a=18$
Eje Menor$=2b=8$
Distancia Focal$=2c=2\sqrt{65}$
Excentricidad$=e=\dfrac{\sqrt{65}}{9}$

Vértices: $A(9,0)$, $A'(-9,0)$, $B(0,4)$, $B(0,-4)$
Focos: $F\left(\sqrt{65},0\right)$, $F'\left(-\sqrt{65},0\right)$
Ecuación general: $16x^2+81y^2=1296$



Problema 3 De una elipse horizontal conocemos su eje menor que mide 4 cm y tiene una excentricidad $e=\dfrac{1}{5}$. Calcular los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:



$$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{5}\Longrightarrow a=5c$$

$$a^2=b^2+c^2\Longrightarrow 25c^2=4+c^2\Longrightarrow c=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$a=5c=\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

Eje Mayor$=2a=\dfrac{10\sqrt{6}}{6}$
Eje Menor$=2b=4$
Distancia Focal$=2c=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
Excentricidad$=e=\dfrac{1}{5}$
Vértices: $A\left(\dfrac{5\sqrt{6}}{6},0\right)$, $A'\left(-\dfrac{-5\sqrt{6}}{6},0\right)$, $B(0,2)$, $B'(0,-2)$

Focos: $F\left(\frac{\sqrt{6}}{6},0\right)$, $F'\left(-\frac{\sqrt{6}}{6},0\right)$
Ecuación de la elipse:

$$\frac{x^2}{25/6}+\frac{y^2}{4}=1$$

Ecuación general: $24x^2+25y^2=100$

Problema 4 Encontrar los puntos de la recta

$$r:\frac{x-1}{3}=\frac{y}{1}$$

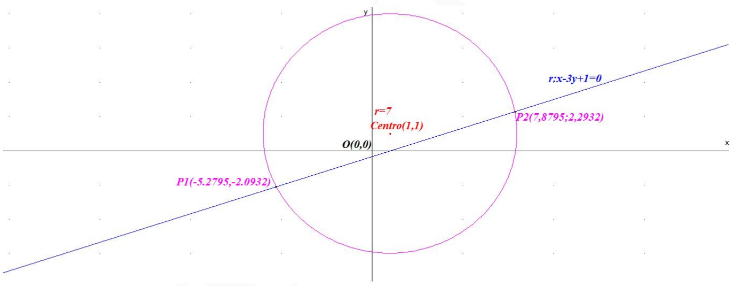
que se encuentran a una distancia 7 del punto $P(1,1)$.
Solución:
Construimos la circunferencia de centro P y radio 7:

$$(x-1)^2+(y-1)^2=49$$

Cortamos r con esta circunferencia; para ello ponemos r en paramétricas: $r:\begin{cases} x=1+3\lambda \\ y=\lambda \end{cases}$
y sustituimos en la circunferencia:

$$(1+3\lambda-1)^2+(\lambda-1)^2=49 \Longrightarrow 5\lambda^2-\lambda-24=0 \Longrightarrow \lambda_1=-2,0932,\ \ \lambda_2=2,2932$$

$$\begin{cases} \lambda_1=-2,0932 \Longrightarrow P_1(-5,2795;-2,0932) \\ \lambda_2=2,2932 \Longrightarrow P_2(7,8795;2,2932) \end{cases}$$



Problema 5 Se quiere construir una línea ferroviaria para el transporte de ganado y personas. Se trata de un tendido cerrado. Los puntos de esta curva dependen de dos puntos interiores y fijos, la suma de las distancias de cualquiera punto a los dos fijos es siempre constante de 10 unidades. Los puntos fijos pueden situarse sobre un plano en las coordenadas $(5,0)$ y $(0,5)$
Se pide:

a) Identifique la curva.

b) Calcular su ecuación general.

c) Hay una carretera rectilínea que corta la curva y se identifica con la recta $r = 1$. Calcular los puntos de la curva donde deben hacerse algún puente o túnel. En esos puntos se deberán establecer limitaciones de velocidad, habrá que calcular las rectas tangentes a la curva en ellos.

d) Se desea hacer viviendas y almacenes. Uno de los técnicos dice que el punto de coordenadas $(1, 1)$ es muy estable para este propósito. Sin embargo, para que sea viable, este punto debe de estar a una distancia menor a 1 unidad de la curva. ¿Se podrá construir en este punto?

Solución:

a) Se trata de una elipse por definición.

b) Sea $P(x, y)$ un punto de esa elipse, sean $F(5, 0)$ y $F'(0, 5)$ sus focos, se tiene que cumplir:

$$|\overrightarrow{FP}| + |\overrightarrow{F'P}| = 10 \Longrightarrow \sqrt{(x-5)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-5)^2} = 10$$

$$(x-5)^2 + y^2 = (10 - \sqrt{x^2 + (y-5)^2})^2 \Longrightarrow$$

$$3x^2 + 3y^2 + 2xy - 20x - 20y = 0$$

c) Si $x = 1 \Longrightarrow 3y^2 - 18y - 17 = 0 \Longrightarrow y_1 = 6,83$ e $y_2 = -0,83$. Los puntos en los que tenemos que calcular las tangentes son $H(1; 6,83)$ y $Q(1; -0,83)$. Calculamos la derivada de la función:

$$6xdx + 6ydy + 2ydx + 2xdy - 20dx - 20dy = 0 \Longrightarrow$$

$$(6x + 2y - 20)dx + (6y + 2x - 20)dy = 0 \Longrightarrow$$

$$(6y + 2x - 20)dy = -(6x + 2y - 20)dx \Longrightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{6x + 2y - 20}{6y + 2x - 20}$$

La pendiente m_1 de la recta pendiente en $Q(1; -0,83)$ es:

$$m_1 = -0,6815$$

La ecuación de la recta tangente en este punto es:

$$y + 0,83 = -0,6815(x - 1)$$

La pendiente m_2 de la recta pendiente en $H(1; 6,83)$ es:

$$m_2 = -0,0148$$

La ecuación de la recta tangente en este punto es:

$$y - 6,83 = -0,0148(x - 1)$$

d) La elipse pasa por el punto $(0, 0)$ y es el punto más próximo de la curva al $(1, 1)$. La distancia entre estos dos puntos es $\sqrt{2} > 1$, luego el sitio no es el adecuado.