Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Enero 2026

Problema 1 Dados los números complejos $z_1 = -7+2i$ y $z_2 = 1+7i$. Se pide calcular:

a) $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$

b) $z_1 \cdot z_2$

c) $\dfrac{z_1}{z_2}$

Solución:

a) $z_1 + z_2 = -6 + 9i$ y $z_1 - z_2 = -8 - 5i$

b) $z_1 \cdot z_2 = 21 - 47i$

c) $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{7}{50} + \dfrac{51}{50}i$

Problema 2 Si $z = -2 + 5i$ calcular z^{10}.

Solución:

$$z = -2 + 5i = \sqrt{29}_{111^\circ 48'5''} = \sqrt{29}(\cos 111^\circ 48'5'' + i \sin 111^\circ 48'5'')$$

$$z^{10} = (-2+5i)^{10} = 29^5_{10\cdot 111^\circ 48'5''} = 29^5_{1118^\circ 48'5''} = 29^5_{111^\circ 48'5''} =$$

$$29^5(\cos 111^\circ 48'5'' + i \sin 111^\circ 48'5'') = (16159899 + 12631900i)$$

Problema 3 Calcular las raices de $\sqrt[3]{3-4i}$

Solución:

$$z = 3 - 4i = 5_{306^\circ 52'12''} = 5(\cos 306^\circ 52'12'' + i \sin 306^\circ 52'12'')$$

$$\sqrt[3]{z} = \begin{cases} \sqrt[3]{5}_{102^\circ 17'24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 102^\circ 17'24'' + i \sin 102^\circ 17'24'') = -0,364 + 1,671i \\ \sqrt[3]{5}_{222^\circ 17'24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 222^\circ 17'24'' + i \sin 222^\circ 17'24'') = -1,265 - 1,151i \\ \sqrt[3]{5}_{342^\circ 17'24''} = \sqrt[3]{5}(\cos 342^\circ 17'24'' + i \sin 342^\circ 17'24'') = 1,629 - 0,520i \end{cases}$$

Problema 4 Sean $A(-3,2)$, $B(2,0)$ y $C(3,7)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

a) Calcular el cuarto vértice D.

b) La longitud de sus lados.

c) Los ángulos que forman.

d) Decidir de que figura geométrica se trata.

e) Su centro.

f) La altura sobre el lado $\overline{AB}$.

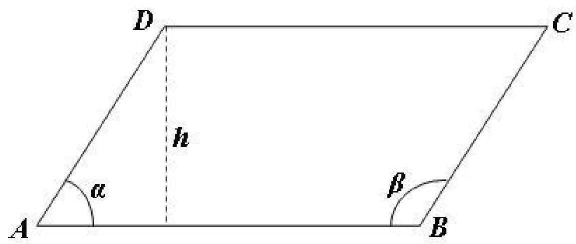
g) Su área.

h) El punto simétrico de A respecto de C

i) Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AC}$ con módulo 7.

j) Dividir el segmento $\overline{AC}$ en tres segmentos iguales.

Solución:



a) $D = A + \overrightarrow{AD} = A + \overrightarrow{BC} = (-3, 2) + (1, 7) = (-2, 9)$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |(5, -2)| = \sqrt{29}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(1, 7)| = 5\sqrt{2}$

c) $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \dfrac{5 - 14}{\sqrt{29} \cdot 5\sqrt{2}} \Longrightarrow \alpha = 103^\circ 40' 17''$ y $\beta = 180^\circ - \alpha = 76^\circ 19' 43''$

d) Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e) $M\left(0, \dfrac{9}{2}\right)$

f)
$$\sin\alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \Longrightarrow h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin\alpha = 6,8707\ u$$

g) $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 37\ u^2$

h) $C = \dfrac{A + A'}{2} \Longrightarrow A' = 2C - A = (9, 12)$

i) $\overrightarrow{AC} = (6,5) \perp \overrightarrow{u} = (5,-6)$ y $\overrightarrow{w} = \dfrac{7}{\sqrt{61}}(5,-6) = \left(\dfrac{35\sqrt{61}}{61}, -\dfrac{42\sqrt{61}}{61}\right)$ es un vector perpendicular al $\overrightarrow{AC}$, pero con módulo 7.

j)

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(2, \frac{5}{3}\right)$$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-3,2) + \left(2, \frac{5}{3}\right) = \left(-1, \frac{11}{3}\right)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left(-1, \frac{11}{3}\right) + \left(2, \frac{5}{3}\right) = \left(1, \frac{16}{3}\right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left(1, \frac{16}{3}\right) + \left(2, \frac{5}{3}\right) = (3,7)$$