Examen de Estadística
Mayo 2025

Problema 1 Se sabe que 1 de cada 4 magdalenas elaboradas por una panadería tiene un peso inferior al normal.
Se eligen 9 magdalenas al azar y se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) Ninguna tiene peso inferior al normal.

b) (0,5 puntos) Todas tienen peso inferior al normal.

c) (0,75 puntos) Dos o menos de dos tienen peso inferior al normal.

d) (0,75 puntos) Más de dos tienen peso inferior al normal.

e) (0,75 puntos) tres o más de tres pero menos de 6 tienen peso inferior al normal.

Solución:

$$B(9; 0,25), \;\; p = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ y } q = 1 - p = 0,75$$

a) $P(X = 0) = \binom{9}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^9 = 0,07508468627$

b) $P(X = 9) = \binom{9}{9} \cdot 0,25^9 \cdot 0,75^0 = 3,814697265 \cdot 10^{-6}$

c) $P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$
$\binom{9}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^9 + \binom{9}{1} \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^8 + \binom{9}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^7 = 0,6006774902$

d) $P(X > 2) = 1 - P(X \le 2) = 1 - 0,6006774902 = 0,3993225097$

e) $P(3 \le X < 6) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) =$
$\binom{9}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^6 + \binom{9}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^5 + \binom{9}{5} \cdot 0,25^5 \cdot 0,75^4 = 0,3893280029$

Problema 2 Se sabe que 11 de cada 100 magdalenas elaboradas por una panadería tiene un peso inferior al normal.
Se eligen 150 magdalenas al azar y se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.

b) (0,5 puntos) Probabilidad de que 18 de ellas tengan un peso inferior al normal.

c) (0,5 puntos) Probabilidad de que 14 como mínimo y menos de 19 de ellas tengan un peso inferior al normal.

d) (0,5 puntos) Probabilidad de que más de 13 y menos de 15 de ellas tengan un peso inferior al normal.

e) (0,5 puntos) Probabilidad de que más de 18 y menos de 21 de ellas tengan un peso inferior al normal.

f) (0,5 puntos) Probabilidad de que menos de 14 de ellas tengan un peso inferior al normal.

g) (0,5 puntos) Si en un almacén hay 1100 magdalenas ¿cuántas de ellas tienen un peso inferior al normal.?

Solución

a)
$$p = 0,11, \;\; q = 1 - p = 0,89, \;\; n = 150 \Longrightarrow B(150; 0,11)$$

Como $n = 150 > 10$, $np = 16,5 > 5$ y $nq = 133,5 > 5$:

$$\mu = np = 16,5, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 62,01129 \Longrightarrow N(16,5; 3,832)$$

b) $P(X = 18) = P\left(\frac{17,5 - 16,5}{3,832} \le Z \le \frac{18,5 - 16,5}{3,832}\right) =$
$P(0,26 \le Z \le 0,52) = P(Z \le 0,52) - P(Z \le 0,26) = 0,6985 - 0,6026 = 0,0959$

c) $P(14 \le X < 19) = P\left(\frac{13,5 - 16,5}{3,832} \le Z \le \frac{18,5 - 16,5}{3,832}\right) =$
$P(-0,78 \le Z \le 0,52) = P(Z \le 0,52) - P(Z \le -0,78) = P(Z \le 0,52) - (1 - P(Z \le 0,78)) = 0,6985 - (1 - 0,7823) = 0,4808$

d) $P(13 < X < 15) = P\left(\frac{13,5 - 16,5}{3,832} \le Z \le \frac{14,5 - 16,5}{3,832}\right) =$
$P(-0,78 \le Z \le -0,52) = P(Z \le 0,78) - P(Z \le 0,52) = 0,7823 - 0,6985 = 0,0838$

e) $P(18 < X < 21) = P\left(\frac{18,5 - 16,5}{3,832} \le Z \le \frac{20,5 - 16,5}{3,832}\right) =$
$P(0,52 \le Z \le 1,04) = P(Z \le 1,04) - P(Z \le 0,52) = 0,8508 - 0,6985 = 0,1523$

f) $P(X < 14) = P\left(Z \le \frac{13,5 - 16,5}{3,832}\right) =$
$(Z \le -0,78) = 1 - P(Z \le 0,78) = 1 - 0,7823 = 0,2177$

g) Si $n = 1100$ entonces $E[X] = np = 1100 \cdot 0,11 = 121$ tienen un peso inferior al normal.

Problema 3 Se van a hacer unas pruebas de elaboración de bandejas de magdalenas. Se sabe que el tiempo de empleado se comporta como una distribución normal de media 10 minutos con una desviación típica de 2 minutos.
Elegido una bandeja al azar se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) Se emplea más de 13 minutos.

b) (0,75 puntos) Se emplea entre 14 y 16 minutos.

c) (0,75 puntos) Se emplea entre 8 y 12 minutos.

d) (0,75 puntos) Se emplea entre 7 y 9 minutos.

e) (0,5 puntos) Se emplea menos de 8 minutos.

Solución:

$$N(531, 25)$$

a) $P(X \geq 13) = P\left(Z \geq \frac{13-10}{2}\right) = P(Z \geq 1,5) = 1 - P(Z \leq 1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668$

b) $P(14 \leq X \leq 16) = P\left(\frac{14-10}{2} \leq Z \leq \frac{16-10}{2}\right) = P(2 \leq Z \leq 3) = P(Z \leq 3) - P(Z \leq 2) = 0,9987 - 0,9772 = 0,0215$

c) $P(8 \leq X \leq 12) = P\left(\frac{8-10}{2} \leq Z \leq \frac{12-10}{2}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 1)) = 2P(Z \leq 1) - 1 = 0,6826$

d) $P(7 \leq X \leq 9) = P\left(\frac{7-10}{2} \leq Z \leq \frac{9-10}{2}\right) = P(-1,5 \leq Z \leq -0,5) = P(Z \leq -0,5) - P(Z \leq -1,5) = 1 - P(Z \leq 0,5) - (1 - P(Z \leq 1,5)) = 0,9332 - 0,6915 = 0,2417$

e) $P(X \leq 8) = P\left(Z \leq \frac{7-10}{2}\right) = P(Z \leq -1,5) = 1 - P(Z < 1,5) = 1 - 0,9332 = 0,0668$