

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

## Febrero 2025

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 7}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Solución:**

a) Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

b) Puntos de Corte

• Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies -2x = 0 \implies (0, 0)$ .

• Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

d)  $f(-x) = -f(x) \implies$  la función es IMPAR.

e) Asíntotas:

• **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.

☛ **Horizontales:**  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x^2 + 7} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{x^2 + 7} = 0$$

☛ **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)  $f'(x) = \frac{2(x^2 - 7)}{(x^2 + 7)^2} = 0 \implies x = \pm\sqrt{7}$

	$(-\infty, -\sqrt{7})$	$(-\sqrt{7}, \sqrt{7})$	$(\sqrt{7}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘	creciente ↗

La función es decreciente en el intervalo  $(-\sqrt{7}, \sqrt{7})$ , y creciente en el intervalo  $(-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, \infty)$ , tiene un mínimo relativo en el punto  $(\sqrt{7}, -\frac{\sqrt{7}}{7}) = (2, 65; -0, 38)$  y un máximo relativo en  $(-\sqrt{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}) = (-2, 65; 0, 38)$ .

g)

$$f''(x) = -\frac{4x(x^2 - 21)}{(x^2 + 7)^3} = 0 \implies x = 0, \quad x = \pm\sqrt{21}$$

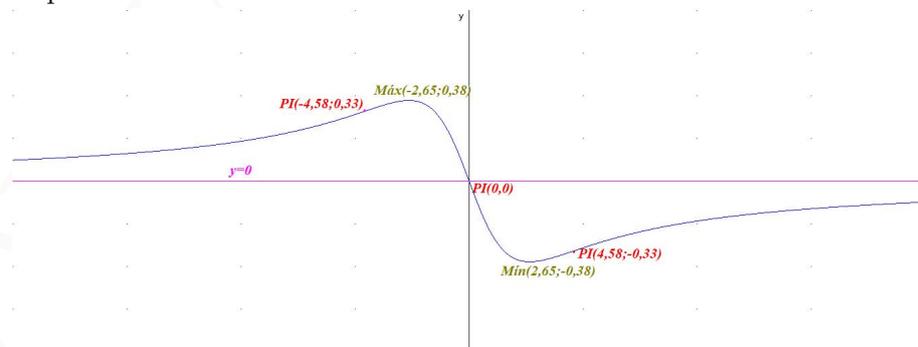
Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -\sqrt{21})$	$(-\sqrt{21}, 0)$	$(0, \sqrt{21})$	$(\sqrt{21}, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava ∪	convexa ∩	cóncava ∪	convexa ∩

Cóncava:  $(-\infty, -\sqrt{21}) \cup (0, \sqrt{21})$  y Convexa:  $(-\sqrt{21}, 0) \cup (\sqrt{21}, \infty)$

Puntos de Inflexión:  $(0, 0)$ ,  $(\sqrt{21}, -\frac{\sqrt{21}}{14}) = (4, 58; -0, 33)$  y  $(-\sqrt{21}, \frac{\sqrt{21}}{14}) = (-4, 58; 0, 33)$ .

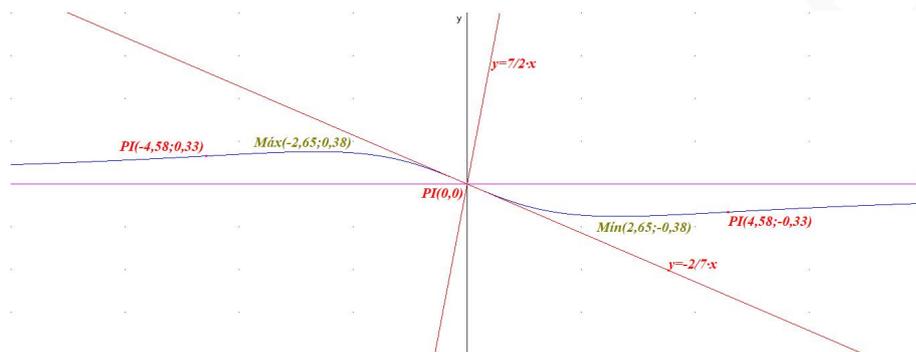
h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ :  
Como  $m = f'(0) = -2/7$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 0 = -\frac{2}{7}(x - 0) \implies y = -\frac{2}{7}x$$

$$\text{Recta Normal : } y - 0 = \frac{7}{2}(x - 0) \implies y = \frac{7}{2}x$$



Como  $f(0) = 0$  las rectas pasan por el punto  $(0, 0)$ .