Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Noviembre 2024

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, sabiendo que $\tan\alpha = -\frac{1}{5}$

Solución:

$$\tan\alpha = -\frac{1}{5} \Longrightarrow \cot\alpha = -5$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\frac{\sqrt{26}}{5} \Longrightarrow \cos\alpha = -\frac{5\sqrt{26}}{26}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = \sqrt{26} \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$6\sin^2 x - \cos(2x) - 2\sin x = 0$$

Solución:

$$6\sin^2 x - \cos(2x) - 2\sin x = 0 \Longrightarrow 6\sin^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x = 0 \Longrightarrow$$

$$7\sin^2 x - \cos^2 x - 2\sin x = 0 \Longrightarrow 7\sin^2 x - 1 + \sin^2 x - 2\sin x = 0 \Longrightarrow$$

$$8\sin^2 x - 2\sin x - 1 = 0 \overset{t=\sin x}{\Longrightarrow} 8t^2 - 2t + 1 = 0 \Longrightarrow$$

$$t = \frac{1}{2}, \ t = -\frac{1}{4}$$

$$\sin x = \begin{cases} \frac{1}{2} \Longrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 2k\pi \\ x = 150^\circ + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{1}{4} \Longrightarrow \begin{cases} x = 194^\circ 28' 39'' + 2k\pi \\ x = 345^\circ 31' 21'' + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Problema 3 Demostrar que:

$$\cos\alpha\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^3\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$$

Solución:

$$\cos\alpha\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^3\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha \Longrightarrow$$

$$\cos\alpha\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^3\alpha = \frac{1}{2}2\sin\alpha\cos\alpha = \sin\alpha\cos\alpha \Longrightarrow$$

$$\frac{\cos\alpha\sin^3\alpha + \sin\alpha\cos^3\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = 1 \Longrightarrow \frac{\cos\alpha\sin^3\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha\cos^3\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = 1 \Longrightarrow$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \ \mathit{qed}$$

Problema 4 Demostrar $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.

Solución:(Ver Teoría)