Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Diciembre 2024

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^4-2x^2-x+1}{2x^4+x+1}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2-5x+3}{2x^2+x+3}\right)^{x-9}$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-2x+9}{5x^2-1}\right)^{6x}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^4-2x^3+x^2-5x+3}}{3x^2+8x-5}$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+3x^3-15x^2-19x+30}{3x^3+7x^2-18x+8}$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^4-x^3-19x^2+49x-30}{3x^3+4x^2-28x+16}$

g) $\lim_{x\longrightarrow 7}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{8x-3}}{x-7}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5}$

Solución:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^4-2x^2-x+1}{2x^4+x+1}=\dfrac{7}{2}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2-5x+3}{2x^2+x+3}\right)^{x-9}=0$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-2x+9}{5x^2-1}\right)^{6x}=e^{-12/5}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^4-2x^3+x^2-5x+3}}{3x^2+8x-5}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+3x^3-15x^2-19x+30}{3x^3+7x^2-18x+8}=-\dfrac{36}{5}$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^4-x^3-19x^2+49x-30}{3x^3+4x^2-28x+16}=-\dfrac{7}{24}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{8x-3}}{x-7} = \dfrac{3\sqrt{53}}{53}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5} = \dfrac{2\sqrt{29}}{29}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{x^3-5x^2-x+9}$

b) $y = \ln(2x^3+9)$

c) $y = (x^2-5x-7)^{22}$

d) $y = (x^2+x+1)(x^3-7x^2+1)$

e) $y = \dfrac{x^2+6}{5x-4}$

f) $y = \ln \dfrac{x^2+7x-5}{2x^2+2x-5}$

g) $y = (x^2+5)^{\sin x}$

h) $y = \arctan(x^2-5x+1)$

i) $y = \sqrt{6x^2-x-2}$

Solución:

a) $y = e^{x^3-5x^2-x+9} \Longrightarrow y' = (3x^2-10x-1)e^{x^3-5x^2-x+9}$

b) $y = \ln(2x^3+9) \Longrightarrow y' = \dfrac{6x^2}{2x^3+9}$

c) $y = (x^2-5x-7)^{22} \Longrightarrow y' = 22(x^2-5x-7)^{21}(2x-5)$

d) $y = (x^2+x+1)(x^3-7x^2+1) \Longrightarrow y' = (2x+1)(x^3-7x^2+1)+(x^2+x+1)(3x^2-14x)$

e) $y = \dfrac{x^2+6}{5x-4} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x)(5x-4)-(x^2+6)5}{(5x-4)^2}$

f) $y = \ln \dfrac{x^2+7x-5}{2x^2+2x-5} = \ln(x^2+7x-5)-\ln(2x^2+2x-5) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x+7}{x^2+7x-5} - \dfrac{4x+2}{2x^2+2x-5}$

g) $y = (x^2+5)^{\sin x} \Longrightarrow y' = (x^2+5)^{\sin x}\left(\cos x \ln(x^2+5) + \sin x \dfrac{2x}{x^2+5}\right)$

h) $y = \arctan(x^2-5x+1) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x-5}{1+(x^2-5x+1)^2}$

i) $y = \sqrt{6x^2 - x - 2} \Longrightarrow y' = \dfrac{12x - 1}{2\sqrt{6x^2 - x - 2}}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la siguiente funciones en el punto $x = 1$:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2}$.

b) $f(x) = 2xe^{5x-5}$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 0$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = \frac{2(x^2 - x + 2)}{(x^2 - 2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = -4$$

Recta Tangente: $y + 2 = -4(x - 1)$

Recta Normal: $y = \dfrac{1}{4}(x - 1)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 2(10x + 1)e^{5x-5} \Longrightarrow m = f'(1) = 12$$

Recta Tangente: $y - 2 = 12(x - 1)$

Recta Normal: $y - 2 = -\dfrac{1}{12}(x - 1)$