Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS

Marzo 2024

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3-2x^2+7x+5}{3x^3+x^2-8}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{6x^2-x+2}{4x^2+3x-1}\right)^{x^3+8x-1}$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x^2-7x+1}{2x^2-3}\right)^{3x+1}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{2x^3-3x+3}}{2x^2-x+7}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{x^4+2x^3-19x^2+28x-12}{x^4-10x^3+32x^2-38x+15}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^4-8x^3+15x^2+4x-20}{x^4-2x^3-19x^2+68x-60}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-9}-\sqrt{9x-4}}{x-5}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3-2x^2+7x+5}{3x^3+x^2-8} = \dfrac{5}{3}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{6x^2-x+2}{4x^2+3x-1}\right)^{x^3+8x-1} = \infty$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x^2-7x+1}{2x^2-3}\right)^{3x+1} = e^{-21/2}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{2x^3-3x+3}}{2x^2-x+7} = 0$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{x^4+2x^3-19x^2+28x-12}{x^4-10x^3+32x^2-38x+15} = -\dfrac{7}{8}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^4-8x^3+15x^2+4x-20}{x^4-2x^3-19x^2+68x-60} = \dfrac{9}{7}$

g) $\lim_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-9}-\sqrt{9x-4}}{x-5} = \dfrac{11\sqrt{41}}{82}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8} = \dfrac{9\sqrt{61}}{122}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{x^3-5x^2-x-1}$

b) $y = \ln(x^4+8x-1)$

c) $y = (5x^2+x-3)^{30}$

d) $y = (x^2+3x-5)(2x^3-x^2+3x-1)$

e) $y = \dfrac{x^2+2x+1}{3x-1}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-5x+1}{2x^2+8}$

g) $y = e^{x^2+5}\cdot(x^2-4)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2-1}}{x^3+3}$

Solución:

a) $y = e^{x^3-5x^2-x-1} \Longrightarrow y' = (3x^2-10x-1)e^{x^3-5x^2-x-1}$

b) $y = \ln(x^4+8x-1) \Longrightarrow y' = \dfrac{4x^3+8}{x^4+8x-1}$

c) $y = (5x^2+x-3)^{30} \Longrightarrow y' = 30(5x^2+x-3)^{29}(10x+1)$

d) $y = (x^2+3x-5)(2x^3-x^2+3x-1) \Longrightarrow y' = (2x+3)(2x^3-x^2+3x-1)+(x^2+3x-5)(6x^2-2x+3)$

e) $y = \dfrac{x^2+2x+1}{3x-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x+2)(3x-1)-(x^2+2x+1)3}{(3x-1)^2}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-5x+1}{2x^2+8} = \ln(x^2-5x+1)-\ln(2x^2+8) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x-5}{x^2-5x+1} - \dfrac{4x}{2x^2+8}$

g) $y = e^{x^2+5}\cdot(x^2-4) \Longrightarrow y' = (2x)e^{x^2+5}(x^2-4)+e^{x^2+5}(2x)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2-1}}{x^3+3} \Longrightarrow y' = \dfrac{2xe^{x^2-1}(x^3+3)-e^{x^2-1}(3x^2)}{(x^3+3)^2}$

Problema 3 Calcular

a) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x^2-1}$ en el punto $x = 2$.

b) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 3e^{3x-6}$ en el punto $x = 2$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 3$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{12x}{(x^2-1)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -\frac{8}{3}$$

Recta Tangente: $y - 3 = -\dfrac{8}{3}(x - 2)$

Recta Normal: $y - 3 = \dfrac{3}{8}(x - 2)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 3$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 9e^{3x-6} \Longrightarrow m = f'(2) = 9$$

Recta Tangente: $y - 3 = 9(x - 2)$

Recta Normal: $y - 3 = -\dfrac{1}{9}(x - 2)$