

Examen de Estadística

Mayo 2024

Problema 1 El 40% de los alumnos del colegio Villaeuropa, apuntados a actividades extraescolares, han elegido el fútbol.

En una cafetería coinciden ocho de ellos. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

- a) (0,5 puntos) Ninguno juega al fútbol.
- b) (0,5 puntos) Todos juegan al fútbol.
- c) (0,75 puntos) Cinco juegan al fútbol.
- d) (0,75 puntos) Al menos tres juegan al fútbol.
- e) (0,75 puntos) Tres o más de tres pero menos de 6 juegan al fútbol.

Solución:

$$B(8; 0,4), \quad p = 0,4 \text{ y } q = 1 - p = 0,6$$

a) $P(X = 0) = \binom{8}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^8 = 0,01679616$

b) $P(X = 8) = \binom{8}{8} \cdot 0,4^8 \cdot 0,6^0 = 0,00065536$

c) $P(X = 5) = \binom{8}{5} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^3 = 0,12386304$

d) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) =$
 $1 - \left(\binom{8}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^8 + \binom{8}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^7 + \binom{8}{2} \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^6 \right) = 0,68460544$

e) $P(3 \leq X < 6) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) =$
 $\binom{8}{3} \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^5 + \binom{8}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^4 + \binom{8}{5} \cdot 0,4^5 \cdot 0,6^4 = 0,63479808$

Problema 2 El 41% de los alumnos de Móstoles, apuntados a actividades extraescolares, han elegido fútbol. En un certamen deportivo se ha reunido 500 alumnos. Se pide:

- a) (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.
- b) (0,5 puntos) Probabilidad de que 215 de ellos practiquen fútbol.

- c) (0,5 puntos) Probabilidad de que más de 190 de ellos practiquen fútbol.
- d) (0,5 puntos) Probabilidad de que más de 196 y al menos de 214 de ellos practiquen fútbol.
- e) (0,5 puntos) Probabilidad de que no menos de 183 y no más de 209 de ellos practiquen fútbol.
- f) (0,5 puntos) Probabilidad de que más de 187 y menos de 213 de ellos practiquen fútbol.
- g) (0,5 puntos) Si en otro certamen hay 1100 alumnos ¿cuántos de ellos practicarán fútbol?

Solución

a)

$$p = 0,41, \quad q = 1 - p = 0,59, \quad n = 500 \implies B(500; 0,41)$$

Como $n = 500 > 10$, $np = 205 > 5$ y $nq = 295 > 5$:

$$\mu = np = 205, \quad \sigma = \sqrt{npq} = 11 \implies N(205; 11)$$

- b) $P(X = 215) = P\left(\frac{214,5 - 205}{11} \leq Z \leq \frac{215,5 - 205}{11}\right) =$
 $P(0,86 \leq Z \leq 0,95) = P(Z \leq 0,95) - P(Z \leq 0,86) = 0,8289 - 0,8051 = 0,0238$
- c) $P(X > 190) = P\left(Z \geq \frac{190,5 - 205}{11}\right) =$
 $P(Z \geq -1,32) = P(Z \leq 1,32) = 0,9066$
- d) $P(196 < X \leq 214) = P\left(\frac{196,5 - 205}{11} \leq Z \leq \frac{214,5 - 205}{11}\right) =$
 $P(-0,77 \leq Z \leq 0,86) = P(Z \leq 0,86) - P(Z \leq -0,77) =$
 $P(Z \leq 0,86) - (1 - P(Z \leq 0,77)) = 0,8051 - (1 - 0,7794) = 0,5845$
- e) $P(183 \leq X \leq 209) = P\left(\frac{182,5 - 205}{11} \leq Z \leq \frac{209,5 - 205}{11}\right) =$
 $P(-2,05 \leq Z \leq 0,41) = P(Z \leq 0,41) - P(Z \leq -2,05) =$
 $P(Z \leq 0,41) - (1 - P(Z \leq 2,05)) = 0,6591 - (1 - 0,9798) = 0,6389$
- f) $P(187 < X < 213) = P\left(\frac{187,5 - 205}{11} \leq Z \leq \frac{212,5 - 205}{11}\right) =$
 $P(-1,59 \leq Z \leq 0,68) = P(Z \leq 0,68) - P(Z \leq -1,59) =$
 $P(Z \leq 0,68) - (1 - P(Z \leq 1,59)) = 0,7517 - (1 - 0,9441) = 0,6958$
- g) Si $n = 1100$ entonces $E[X] = np = 1100 \cdot 0,41 = 451$ alumnos practican fútbol.

Problema 3 Se sabe por años anteriores que el número de alumnos que eligen fútbol como actividad extraescolar, se comporta como una distribución normal de media 33 alumnos con una desviación típica de ocho alumnos.

Se pide calcular las siguientes probabilidades:

- a) (0,5 puntos) Se han apuntado menos de 41 alumnos.
- b) (0,75 puntos) Se han apuntado más de 29 alumnos.
- c) (0,75 puntos) Se han apuntado entre 25 y 41 alumnos.
- d) (0,75 puntos) Se han apuntado entre 27 y 30 alumnos.
- e) (0,5 puntos) Se han apuntado entre 35 y 40 alumnos.

Solución:

$$N(33, 8)$$

$$a) P(X \leq 41) = P\left(Z \leq \frac{41 - 33}{8}\right) = P(Z \leq 1) = 0,8413$$

$$b) P(X \geq 29) = P\left(Z \leq \frac{29 - 33}{8}\right) = P(Z \geq -0,5) = P(Z \leq 0,5) = 0,6915$$

$$c) P(25 \leq X \leq 41) = P\left(\frac{25 - 33}{8} \leq Z \leq \frac{41 - 33}{8}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 1)) = 2P(Z \leq 1) - 1 = 2 \cdot 0,8413 - 1 = 0,6826$$

$$d) P(27 \leq X \leq 30) = P\left(\frac{27 - 33}{8} \leq Z \leq \frac{30 - 33}{8}\right) = P(-0,75 \leq Z \leq -0,38) = P(Z \leq -0,38) - P(Z \leq -0,75) = P(Z \leq 0,75) - P(Z \leq 0,38) = 0,7734 - 0,6480 = 0,1254$$

$$e) P(35 \leq X \leq 40) = P\left(\frac{35 - 33}{8} \leq Z \leq \frac{40 - 33}{8}\right) = P(0,25 \leq Z \leq 0,88) = P(Z \leq 0,88) - P(Z \leq 0,25) = 0,8106 - 0,5987 = 0,2119$$