

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

## Febrero 2024

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = -\frac{5x}{x^2 + 2}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte

- Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies -5x = 0 \implies (0, 0)$ .
- Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

- $f(-x) = -f(x) \implies$  la función es IMPAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.

☛ Horizontales:  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x}{x^2 + 2} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x}{x^2 + 2} = 0$$

☛ Oblicuas: No hay por haber horizontales.

f)  $f'(x) = \frac{5(x^2 - 2)}{(x^2 + 2)^2} = 0 \implies x = \pm\sqrt{2}$

	$(-\infty, -\sqrt{2})$	$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$	$(\sqrt{2}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘	creciente ↗

La función es decreciente en el intervalo  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ , y creciente en el intervalo  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$ , tiene un mínimo relativo en el punto  $(\sqrt{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{4}) = (1, 4142; -1, 7678)$  y un máximo relativo en  $(-\sqrt{2}, \frac{5\sqrt{2}}{4}) = (-1, 4142; 1, 7678)$ .

g)

$$f''(x) = -\frac{10x(x^2 - 6)}{(x^2 + 2)^3} = 0 \implies x = 0, \quad x = \pm\sqrt{6}$$

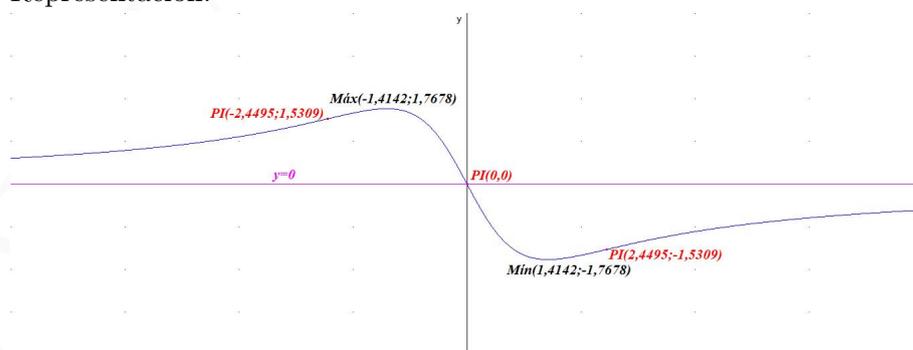
Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -\sqrt{6})$	$(-\sqrt{6}, 0)$	$(0, \sqrt{6})$	$(\sqrt{6}, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava ∪	convexa ∩	cóncava ∪	convexa ∩

Cóncava:  $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (0, \sqrt{6})$  y Convexa:  $(-\sqrt{6}, 0) \cup (\sqrt{6}, \infty)$

Puntos de Inflexión:  $(0, 0)$ ,  $(\sqrt{6}, -\frac{5\sqrt{6}}{8}) = (2, 4495; -1, 5309)$  y  $(-\sqrt{6}, \frac{5\sqrt{6}}{8}) = (-2, 4495; 1, 5309)$ .

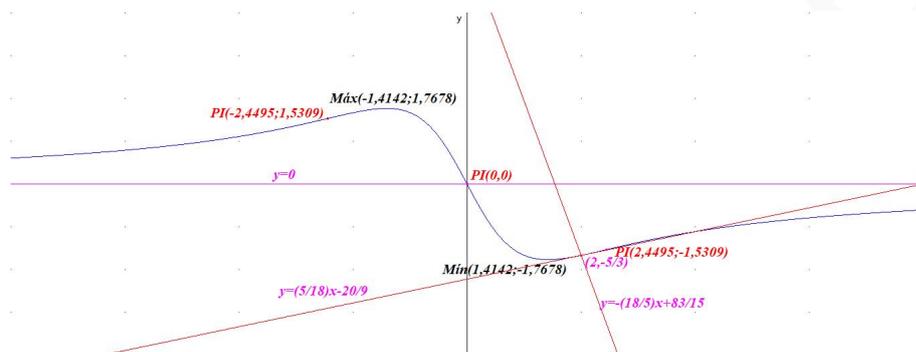
h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ :  
 Como  $m = f'(2) = 5/18$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{5}{3} = \frac{5}{18}(x - 2) \implies y = \frac{5}{18}x - \frac{20}{9}$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{5}{3} = -\frac{18}{5}(x - 2) \implies y = -\frac{18}{5}x + \frac{83}{15}$$



Como  $f(2) = -\frac{5}{3}$  las rectas pasan por el punto  $\left(2, -\frac{5}{3}\right)$ .