Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Abril 2024

Problema 1 *(2 puntos)*Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 3y + 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r: \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3,1) \\ A(-1,0) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x,y) = (-1,0) + \lambda(3,1)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = \lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{1}$
- General: $x - 3y + 1 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$
- Punto pendiente: $y = \dfrac{1}{3}(x+1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{3} \Longrightarrow \alpha = 18^\circ 26' 6''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(1,2)$ y la recta $r: x+y-1=0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

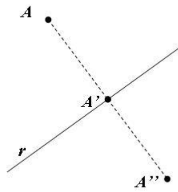
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s: x - y + 5 = 0$.

Solución:

a) $x + y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 + 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -3$. La recta buscada es $h: x + y - 3 = 0$

b) $x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 1$. La recta buscada es $t: x - y + 1 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r: x+y-1=0 \\ t: x-y+1=0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'(0,1)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A+A''}{2}=A' \Longrightarrow A''=2A'-A=2(0,1)-(1,2)=(-1,0)$$

d)

$$d(P,r)=d(P,s) \Longrightarrow \frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}=\frac{|x-y+5|}{\sqrt{2}} \Longrightarrow |x+y-1|=|x-y+5|$$

- $x+y-1=x-y+5 \Longrightarrow y=3$
- $x+y-1=-x+y-5 \Longrightarrow x=3$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-3,0)$, $B(0,4)$ y $C(2,1)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

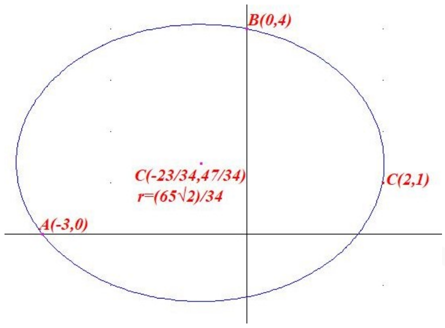
$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\left\{\begin{array}{c} -3m+p=-9 \\ 4n+p=-16 \\ 2m+n+p=-5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=23/17 \\ n=-47/17 \\ p=-84/17 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+\frac{23}{17}x-\frac{47}{17}y-\frac{84}{17}=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=\dfrac{23}{17} \Longrightarrow a=-\dfrac{23}{34} \\ \\ n=-2b=-\dfrac{47}{17} \Longrightarrow b=\dfrac{47}{34} \\ \\ p=-\dfrac{84}{17}=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=\dfrac{65\sqrt{2}}{34} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = \left(-\frac{23}{34}, \frac{47}{34}\right), \quad r = \frac{65\sqrt{2}}{34}$$



Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2 = 36 \Longrightarrow a = 6, \quad b^2 = 4 \Longrightarrow b = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow c = 4\sqrt{2} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Eje Mayor= $2a = 12$
Eje Menor= $2b = 4$
Distancia Focal= $2c = 8\sqrt{2}$
Excentricidad= $e = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
Vértices: $A(6,0)$, $A'(-6,0)$, $B(0,2)$, $B'(0,-2)$
Focos: $F(4\sqrt{2},0)$, $F'(-4\sqrt{2},0)$
Ecuación general: $x^2 + 9y^2 = 36$