Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Noviembre 2023

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, sabiendo que $\tan\alpha = -\frac{2}{3}$

Solución:

$$\tan\alpha = -\frac{2}{3} \Longrightarrow \cot\alpha = -\frac{3}{2}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = \frac{\sqrt{13}}{3} \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{13}}{2} \Longrightarrow \sin\alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$6\cos^2 x - \sin x - 5 = 0$$

Solución:

$$6(1-\cos^2 x) - \sin x - 5 = 0 \Longrightarrow$$

$$6 - 6\cos^2 x - \sin x - 5 = 0 \Longrightarrow$$

$$-6\cos^2 x - \sin x + 1 = 0 \Longrightarrow (t = \sin x) \Longrightarrow$$

$$-6t^2 - t + 1 = 0 \Longrightarrow 6t^2 + t - 1 = 0 \Longrightarrow t = -\frac{1}{2},\ \ t = \frac{1}{3}$$

$$\sin x = \begin{cases} -\frac{1}{2} \Longrightarrow \begin{cases} x = 210^\circ + k360^\circ \\ x = 330^\circ + k360^\circ \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{3} \Longrightarrow \begin{cases} x = 19^\circ 28' 16'' + k360^\circ \\ x = 160^\circ 31' 44'' + k360^\circ \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Problema 3 Demostrar que:

$$2\sin^2\alpha + \cos(2\alpha) - 1 = 0$$

Solución:

$$2\sin^2\alpha + (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) - 1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 1 = 1 - 1 = 0$$

Problema 4 Enunciar y demostrar el teorema del coseno.

Solución:(Ver Teoría)