Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Diciembre 2023

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^4-2x^2+5x+1}{2x^4+6x-1}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-2x-1}{7x^2+x+3}\right)^{5x+8}$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2-4x+3}{2x^2-5}\right)^{6x}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{2x^4-8x^3-3x^2+x+3}}{3x^2+5x-1}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4-4x^3-30x^2+68x-35}{x^4-7x^3-13x^2+43x-24}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^4+x^3-33x^2+56x-20}{3x^4-x^3-26x^2+20x+24}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 7}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^4-2x^2+5x+1}{2x^4+6x-1}=\dfrac{3}{2}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-2x-1}{7x^2+x+3}\right)^{5x+8}=0$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2-4x+3}{2x^2-5}\right)^{6x}=e^{-12}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{2x^4-8x^3-3x^2+x+3}}{3x^2+5x-1}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4-4x^3-30x^2+68x-35}{x^4-7x^3-13x^2+43x-24}=\dfrac{9}{7}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^4+x^3-33x^2+56x-20}{3x^4-x^3-26x^2+20x+24}=\dfrac{21}{40}$

g) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 7}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7}=\frac{\sqrt{51}}{17}$

h) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 5}\frac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5}=\frac{2\sqrt{29}}{29}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y=e^{2x^3+8x^2-x+1}$

b) $y=\ln(2x^3+3)$

c) $y=(x^2+3x-1)^{27}$

d) $y=(x^2+2x-1)(x^3+2x^2-2)$

e) $y=\dfrac{x^2-1}{3x+1}$

f) $y=\ln\dfrac{x^2+5x-1}{2x^2+x-3}$

g) $y=(x^2+3)^{\sin x}$

h) $y=\arctan(x^2+4x+2)$

i) $y=\sqrt{7x^2-3x-2}$

Solución:

a) $y=e^{2x^3+8x^2-x+1}\Longrightarrow y'=(6x^2+16x-1)e^{2x^3+8x^2-x+1}$

b) $y=\ln(2x^3+3)\Longrightarrow y'=\dfrac{6x^2}{2x^3+3}$

c) $y=(x^2+3x-1)^{27}\Longrightarrow y'=27(x^2+3x-1)^{26}(2x+3)$

d) $y=(x^2+2x-1)(x^3+2x^2-2)\Longrightarrow y'=(2x+2)(x^3+2x^2-2)+(x^2+2x-1)(3x^2+4x)$

e) $y=\dfrac{x^2-1}{3x+1}\Longrightarrow y'=\dfrac{(2x)(3x+1)-(x^2-1)3}{(3x+1)^2}$

f) $y=\ln\dfrac{x^2+5x-1}{2x^2+x-3}=\ln(x^2+5x-1)-\ln(2x^2+x-3)\Longrightarrow y'=\dfrac{2x+5}{x^2+5x-1}-\dfrac{4x+1}{2x^2+x-3}$

g) $y=(x^2+3)^{\sin x}\Longrightarrow y'=(x^2+3)^{\sin x}\left(\cos x\ln(x^2+3)+\sin x\dfrac{2x}{x^2+3}\right)$

h) $y=\arctan(x^2+4x+2)\Longrightarrow y'=\dfrac{6x+4}{1+(x^2+4x+2)^2}$

i) $y = \sqrt{7x^2 - 3x - 2} \Longrightarrow y' = \dfrac{14x - 3}{2\sqrt{7x^2 - 3x - 2}}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la siguiente funciones en el punto $x = 1$:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2}$.

b) $f(x) = 3xe^{5x-5}$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 1$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = \frac{3(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 - 2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = 3$$

Recta Tangente: $y + 1 = 3(x - 1)$

Recta Normal: $y + 1 = -\dfrac{1}{3}(x - 1)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 3$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 3(5x + 1)e^{5x-5} \Longrightarrow m = f'(1) = 18$$

Recta Tangente: $y - 3 = 18(x - 1)$

Recta Normal: $y - 3 = -\dfrac{1}{18}(x - 1)$