Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS
Marzo 2023

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{4x^3-6x^2+x+5}{3x^3-3x^2-9}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{5x^2-6x+1}{4x^2+x-3}\right)^{x^3-7x-4}$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x^2+5x+1}{2x^2+1}\right)^{3x-1}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{5x^3-8x+3}}{2x^2+6x+1}$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{x^4-5x^3+12x^2-10x+2}{3x^3-x^2-3x+1}$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^4-5x^3+7x^2-4x+4}{5x^3-12x^2+3x+2}$

g) $\lim_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-3}-\sqrt{8x+7}}{x-5}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{9x-5}}{x-8}$

Solución:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{4x^3-6x^2+x+5}{3x^3-3x^2-9} = \dfrac{4}{3}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{5x^2-6x+1}{4x^2+x-3}\right)^{x^3-7x-4} = \infty$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x^2+5x+1}{2x^2+1}\right)^{3x-1} = e^{15/2}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{5x^3-8x+3}}{2x^2+6x+1} = 0$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{x^4-5x^3+12x^2-10x+2}{3x^3-x^2-3x+1} = \dfrac{3}{4}$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^4-5x^3+7x^2-4x+4}{5x^3-12x^2+3x+2} = -\dfrac{4}{15}$

g) $\lim\limits_{x \longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-3}-\sqrt{8x+7}}{x-5} = \dfrac{6\sqrt{47}}{47}$

h) $\lim\limits_{x \longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{9x-5}}{x-8} = \dfrac{7\sqrt{67}}{134}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{x^3+5x^2-2x+1}$

b) $y = \ln(3x^4-7x-1)$

c) $y = (3x^2+4x-9)^{32}$

d) $y = (x^2+x-3)(2x^3-7x^2+2x+3)$

e) $y = \dfrac{x^2-5x+1}{6x+1}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-3x+1}{2x^2-7}$

g) $y = e^{x^3+1}\cdot(x^2+8)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2+5}}{x^3-1}$

Solución:

a) $y = e^{x^3+5x^2-2x+1} \Longrightarrow y' = (3x^2+10x-2)e^{x^3+5x^2-2x+1}$

b) $y = \ln(3x^4-7x-1) \Longrightarrow y' = \dfrac{12x^3-7}{3x^4-7x-1}$

c) $y = (3x^2+4x-9)^{32} \Longrightarrow y' = 32(3x^2+4x-9)^{31}(6x+4)$

d) $y = (x^2+x-3)(2x^3-7x^2+2x+3) \Longrightarrow y' = (2x+1)(2x^3-7x^2+2x+3)+(x^2+x-3)(6x^2-14x+2)$

e) $y = \dfrac{x^2-5x+1}{6x+1} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x-5)(6x+1)-(x^2-5x+1)6}{(6x+1)^2}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-3x+1}{2x^2-7} = \ln(x^2-3x+1)-\ln(2x^2-7) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x-3}{x^2-3x+1} - \dfrac{4x}{2x^2-7}$

g) $y = e^{x^3+1}\cdot(x^2+8) \Longrightarrow y' = (3x^2)e^{x^3+1}(x^2+8)+e^{x^3+1}(2x)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2+5}}{x^3-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{2xe^{x^2+5}(x^3-1)-e^{x^2+5}(3x^2)}{(x^3-1)^2}$

Problema 3 Calcular

a) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-3}$ en el punto $x = 2$.

b) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 5e^{2x-6}$ en el punto $x = 3$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 5$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{8x}{(x^2-3)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -16$$

Recta Tangente: $y - 5 = -16(x - 2)$

Recta Normal: $y - 5 = \dfrac{1}{16}(x - 2)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(3) = 5$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 10e^{2x-6} \Longrightarrow m = f'(2) = 10$$

Recta Tangente: $y - 5 = 10(x - 3)$

Recta Normal: $y - 5 = -\dfrac{1}{10}(x - 3)$