Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Diciembre 2022

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{5x^4-x^2-4x+1}{2x^4-2x+1}$

b) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+6x-1}{7x^2-x+3}\right)^{x+8}$

c) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x^2+7x-9}{2x^2-4}\right)^{9x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{3x^4+7x^3-x^2-5x+3}}{3x^2+x-5}$

e) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 1}\frac{x^4+4x^3-6x^2+2x-1}{3x^3+3x^2-9x+3}$

f) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 2}\frac{2x^4-5x^3+8x^2-13x+2}{3x^3-7x^2+x+2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 7}\frac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{6x+5}}{x-7}$

h) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 5}\frac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{4x+3}}{x-5}$

Solución:

a) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{5x^4-x^2-4x+1}{2x^4-2x+1}=\frac{5}{2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+6x-1}{7x^2-x+3}\right)^{x+8}=0$

c) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x^2+7x-9}{2x^2-4}\right)^{9x}=e^{63/2}$

d) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{3x^4+7x^3-x^2-5x+3}}{3x^2+x-5}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

e) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 1}\frac{x^4+4x^3-6x^2+2x-1}{3x^3+3x^2-9x+3}=1$

f) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow 2}\frac{2x^4-5x^3+8x^2-13x+2}{3x^3-7x^2+x+2}=\frac{23}{9}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{6x+5}}{x-7} = \dfrac{4\sqrt{47}}{47}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{4x+3}}{x-5} = \dfrac{3\sqrt{23}}{23}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{2x^3-3x^2-x-1}$

b) $y = \ln(7x^3+5)$

c) $y = (x^2-x-3)^{24}$

d) $y = (x^2-5x+2)(x^3+3x^2-8)$

e) $y = \dfrac{x^2+4}{7x-1}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-6x+1}{2x^2-2x-1}$

g) $y = (x^2+1)^{\sin x}$

h) $y = \arctan(3x^2-3x+2)$

i) $y = \sqrt{3x^2+5x-2}$

Solución:

a) $y = e^{2x^3-3x^2-x-1} \Longrightarrow y' = (6x^2-6x-1)e^{2x^3-3x^2-x-1}$

b) $y = \ln(7x^3+5) \Longrightarrow y' = \dfrac{21x^2}{7x^3+5}$

c) $y = (x^2-x-3)^{24} \Longrightarrow y' = 24(x^2-x-3)^{23}(2x-1)$

d) $y = (x^2-5x+2)(x^3+3x^2-8) \Longrightarrow y' = (2x-5)(x^3+3x^2-8)+(x^2-5x+2)(3x^2+6x)$

e) $y = \dfrac{x^2+4}{7x-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x)(7x-1)-(x^2+4)7}{(7x-1)^2}$

f) $y = \ln\dfrac{x^2-6x+1}{2x^2-2x-1} = \ln(x^2-6x+1) - \ln(2x^2-2x-1) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x-6}{x^2-6x+1} - \dfrac{4x-2}{2x^2-2x-1}$

g) $y = (x^2+1)^{\sin x} \Longrightarrow y' = (x^2+1)^{\sin x}\left(\cos x \ln(x^2+1) + \sin x \dfrac{2x}{x^2+1}\right)$

h) $y = \arctan(3x^2-3x+2) \Longrightarrow y' = \dfrac{6x-3}{1+(3x^2-3x+2)^2}$

i) $y = \sqrt{3x^2 + 5x - 2} \Longrightarrow y' = \dfrac{6x + 5}{2\sqrt{3x^2 + 5x - 2}}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la siguiente funciones en el punto $x = 1$:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{x^2 - 2}$.

b) $f(x) = 2xe^{3x-3}$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = -2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 8x + 2}{(x^2 - 2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = -5$$

Recta Tangente: $y + 2 = -5(x - 1)$

Recta Normal: $y + 2 = \dfrac{1}{5}(x - 1)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 2(3x + 1)e^{3x-3} \Longrightarrow m = f'(1) = 8$$

Recta Tangente: $y - 2 = 8(x - 1)$

Recta Normal: $y - 2 = -\dfrac{1}{8}(x - 1)$