

**Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)**  
**Febrero 2022**

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{-x}{x^2 + 2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Solución:**

a) Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

b) Puntos de Corte

• Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies -x = 0 \implies (0, 0)$ .

• Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

d)  $f(-x) = -f(x) \implies$  la función es IMPAR.

e) Asíntotas:

• **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.

• **Horizontales:**  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2 + 2} = 0$$

• **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)  $f'(x) = \frac{x^2 - 2}{(x^2 + 2)^2} = 0 \implies x = \pm\sqrt{2}$

	$(-\infty, -\sqrt{2})$	$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$	$(\sqrt{2}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘	creciente ↗

La función es decreciente en el intervalo  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ , y creciente en el intervalo  $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$ , tiene un mínimo relativo en el punto  $(\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4}) = (1, 414; -0, 354)$  y un máximo relativo en  $(-\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}) = (-1, 414; 0, 354)$ .

g)

$$f''(x) = -\frac{2x(x^2 - 6)}{(x^2 + 2)^3} = 0 \implies x = 0, x = \pm\sqrt{6}$$

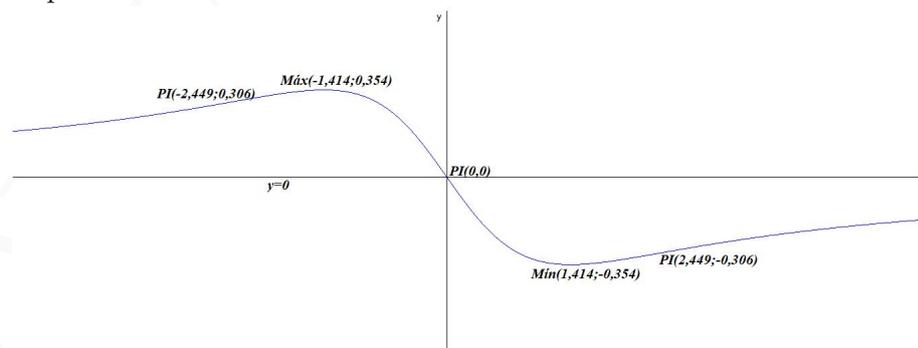
Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -\sqrt{6})$	$(-\sqrt{6}, 0)$	$(0, \sqrt{6})$	$(\sqrt{6}, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava ∪	convexa ∩	cóncava ∪	convexa ∩

Cóncava:  $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (0, \sqrt{6})$  y Convexa:  $(-\sqrt{6}, 0) \cup (\sqrt{6}, \infty)$

Puntos de Inflexión:  $(0, 0)$ ,  $(\sqrt{6}, -\frac{\sqrt{6}}{8}) = (2, 449; -0, 306)$  y  $(-\sqrt{6}, \frac{\sqrt{6}}{8}) = (-2, 449; 0, 306)$ .

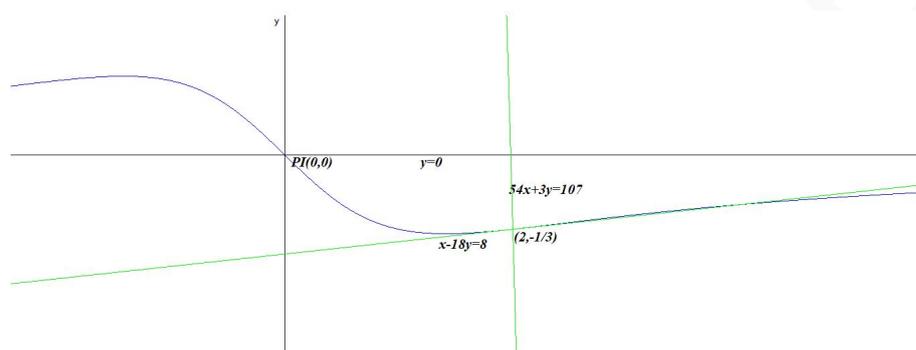
h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ :  
Como  $m = f'(2) = 1/18$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{1}{3} = \frac{1}{18}(x - 2) \implies x - 18y = 8$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{1}{3} = -18(x - 2) \implies 54x + 3y = 107$$



Como  $f(2) = -\frac{1}{3}$  las rectas pasan por el punto  $\left(2, -\frac{1}{3}\right)$ .