Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2022

Problema 1 (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 3y + 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3, 1) \\ A(2, 1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (2, 1) + \lambda(3, 1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x - 2}{3} = \dfrac{y - 1}{1}$
- General: $x - 3y + 1 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$
- Punto pendiente: $y - 1 = \dfrac{1}{3}(x - 2)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{3} \Longrightarrow \alpha = 18^\circ 26' 6''$

Problema 2 (3 puntos) Sea el punto $A(1, -1)$ y la recta $r : 3x - y + 1 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : x + 3y + 6 = 0$.

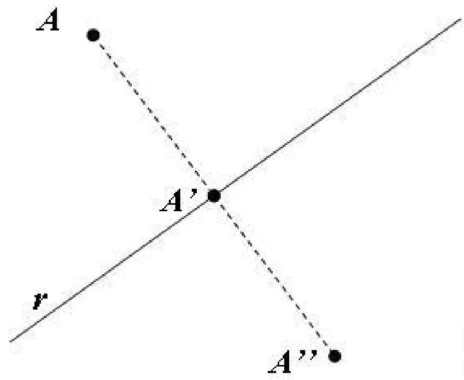
Solución:

a) $3x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 3 + 1 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -4$. La recta buscada es $h : 3x - y - 4 = 0$

b) $x + 3y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 3 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 2$. La recta buscada es $t : x + 3y + 2 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:

www.musat.net



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\begin{cases} r: 3x - y + 1 = 0 \\ t: x + 3y + 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) - (1, -1) = (-2, 0)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \Longrightarrow \frac{|3x - y + 1|}{\sqrt{10}} = \frac{|x + 3y + 6|}{\sqrt{10}} \Longrightarrow |3x - y + 1| = |x + 3y + 6|$$

- $3x - y + 1 = x + 3y + 6 \Longrightarrow 2x - 4y - 5 = 0$
- $3x - y + 1 = -x - 3y - 6 \Longrightarrow 4x + 2y + 7 = 0$

Problema 3 (3 puntos) Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-4, 0)$, $B(0, 8)$ y $C(2, 0)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\begin{cases} -4m + p = -16 \\ 8n + p = -64 \\ 2m + p = -4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -7 \\ p = -8 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 7y - 8 = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=2\Longrightarrow a=-1\\ n=-2b=-7\Longrightarrow b=\dfrac{7}{2}\\ p=-8=a^2+b^2-r^2\Longrightarrow r=\dfrac{\sqrt{85}}{2}\end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro}=\left(-1,\frac{7}{2}\right),\quad r=\frac{\sqrt{85}}{2}$$

Problema 4 (2 puntos) Encontrar los puntos de la recta

$$r:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}$$

que se encuentran a una distancia 7 del punto $P(1,1)$.

Solución:

Construimos la circunferencia de centro P y radio 7:

$$(x-1)^2+(y-1)^2=49$$

Cortamos r con esta circunferencia; para ello ponemos r en paramétricas: $r:\left\{\begin{array}{l} x=1+\lambda\\ y=-2+2\lambda\end{array}\right.$ y sustituimos en la circunferencia:

$$(1+\lambda-1)^2+(-2+2\lambda-1)^2=49\Longrightarrow 5\lambda^2-12\lambda-40=0\Longrightarrow \lambda_1=4,272,\ \ \lambda_2=-1,872$$

$$\left\{\begin{array}{l} \lambda_1=4,272\Longrightarrow P_1(5,272;6,545)\\ \lambda_2=-1,872\Longrightarrow P_2(-0,872;-5,745)\end{array}\right.$$

www.musat.net