Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2022

Problema 1 *(2 puntos)*Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $5x-2y-3=0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r:\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{u_r}=(2,5)\\ A(1,1)\end{array}\right.$$

- Vectorial: $(x,y)=(1,1)+\lambda(2,5)$
- Paramétrica:$\left\{\begin{array}{l}x=1+2\lambda\\ y=1+5\lambda\end{array}\right.$
- Continua: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}$
- General: $5x-2y-3=0$
- Explícita: $y=\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{2}$
- Punto pendiente: $y-1=\dfrac{5}{2}(x-1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m=\tan\alpha=\dfrac{5}{2}\Longrightarrow\alpha=68^\circ 11' 55''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(3,1)$ y la recta $r:x+y-2=0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

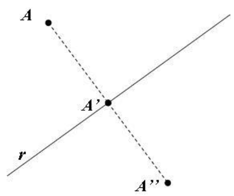
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s:x-y+5=0$.

Solución:

a) $x+y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A\Longrightarrow 3+1+\lambda=0\Longrightarrow\lambda=-4$. La recta buscada es $h:x+y-4=0$

b) $x-y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A\Longrightarrow 3-1+\lambda=0\Longrightarrow\lambda=-2$. La recta buscada es $t:x-y-2=0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\begin{cases} r : x + y - 2 = 0 \\ t : x - y - 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'(2,0)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2(2,0) - (3,1) = (1,-1)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|x+y-2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x-y+5|}{\sqrt{2}} \Longrightarrow |x+y-2| = |x-y+5|$$

- $x + y - 2 = x - y + 5 \Longrightarrow y = \dfrac{7}{2}$
- $x + y - 2 = -x + y - 5 \Longrightarrow x = -\dfrac{3}{2}$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-1,0)$, $B(0,4)$ y $C(2,2)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

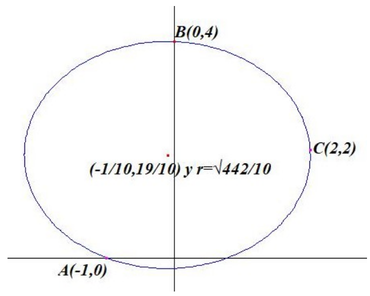
$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\begin{cases} -m + p = -1 \\ 4n + p = -16 \\ 2m + 2n + p = -8 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} m = 1/5 \\ n = -19/5 \\ p = -4/5 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$x^2 + y^2 + \frac{1}{5}x - \frac{19}{5}y - \frac{4}{5} = 0$$

$$\begin{cases} m = -2a = \dfrac{1}{5} \Longrightarrow a = -\dfrac{1}{10} \\[2ex] n = -2b = -\dfrac{19}{5} \Longrightarrow b = \dfrac{19}{10} \\[2ex] p = -\dfrac{4}{5} = a^2 + b^2 - r^2 \Longrightarrow r = \dfrac{\sqrt{442}}{10} \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = \left(-\frac{1}{10}, \frac{19}{10}\right), \quad r = \frac{\sqrt{442}}{10}$$



Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2 = 49 \Longrightarrow a = 7, \quad b^2 = 25 \Longrightarrow b = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow c = 2\sqrt{6} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

Eje Mayor$= 2a = 14$
Eje Menor$= 2b = 10$
Distancia Focal$= 2c = 4\sqrt{6}$
Excentricidad$= e = \frac{2\sqrt{6}}{7}$
Vértices: $A(7,0)$, $A'(-7,0)$, $B(0,5)$, $B(0,-5)$
Focos: $F(2\sqrt{6},0)$, $F'(-2\sqrt{6},0)$
Ecuación general: $25x^2 + 49y^2 = 1225$