# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

**Febrero 2022**

**Problema 1** (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 3y + 2 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

**Solución:**

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3,1) \\ A(1,1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(3, 1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{1}$
- General: $x - 3y + 2 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$
- Punto pendiente: $y - 1 = \dfrac{1}{3}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{3} \Longrightarrow \alpha = 18^\circ 26' 6''$

**Problema 2** (5 puntos) Si los puntos $A(-5, -3)$, $B(8, 0)$ y $C(1, 7)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular

a) (1,5 puntos) el circuncentro.

b) (2 puntos) sus ángulos y decidir que tipo de triángulo es.

c) (1,5 puntos) calcular la longitud de la altura sobre el lado $AB$ y la ecuación de la recta que la define.

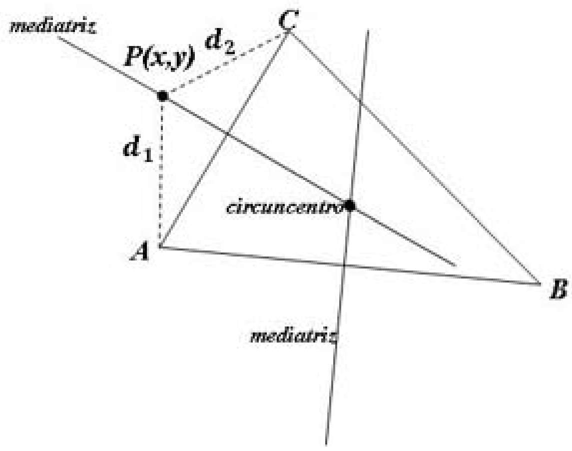
**Solución:**

a)
- Mediatriz entre $A$ y $B$:

$$\sqrt{(x+5)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x-8)^2 + (y-0)^2} \Longrightarrow 13x + 3y = 15$$

- Mediatriz entre $A$ y $C$:

$$\sqrt{(x+5)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-7)^2} \Longrightarrow 3x + 5y = 4$$




- Circuncentro:

$$\left\{\begin{array}{l} 13x+3y=15 \\ 3x+5y=4 \end{array}\right. \Longrightarrow \left(\frac{9}{8},\frac{1}{8}\right)$$

b) $|\overrightarrow{AB}|=|(13,3)|=\sqrt{178}$, $|\overrightarrow{AC}|=|(6,10)|=2\sqrt{34}$:

$$\cos\hat{A}=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{78+30}{\sqrt{178}\cdot 2\sqrt{34}}\Longrightarrow \hat{A}=46^\circ 2' 30''$$

$|\overrightarrow{BA}|=|(-13,-3)|=\sqrt{178}$, $|\overrightarrow{BC}|=|(-7,7)|=7\sqrt{2}$:

$$\cos\hat{B}=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{91-21}{\sqrt{178}\cdot 7\sqrt{2}}\Longrightarrow \hat{B}=57^\circ 59' 40''$$

$|\overrightarrow{CA}|=|(-6,-10)|=2\sqrt{34}$, $|\overrightarrow{CB}|=|(7,-7)|=7\sqrt{2}$:

$$\cos\hat{C}=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{-42+70}{2\sqrt{34}\cdot 7\sqrt{2}}\Longrightarrow \hat{C}=75^\circ 57' 50''$$

Se trata de un triángulo escaleno.

c) $\overrightarrow{AB}=(13,3)\perp\overrightarrow{u}=(3,-13)$:
La recta que une $A$ y $B$: $3x-13y+\lambda=0$ como tiene que pasar por $A(-5,-3)\Longrightarrow$ $-15+39+\lambda=0\Longrightarrow\lambda=-24\Longrightarrow t:3x-13y-24=0$

$$\text{Altura}=d(C,t)=\frac{|3-91-24|}{\sqrt{9+169}}=\frac{56\sqrt{178}}{89}\ u$$

La recta que define esta altura tiene de ecuación $h_1: 13x+3y+\lambda=0$ y, como pasa por $C(1,7)$, tenemos $13+21+\lambda=0\Longrightarrow\lambda=-34\Longrightarrow h_1: 13x+3y-34=0$

**Problema 3** (3 puntos) Sea el punto $A(2,-1)$ y la recta $r: 2x - y + 4 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a $r$ que pase por el punto $A$.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a $r$ que pase por el punto $A$.

c) (1 punto) El punto $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$.

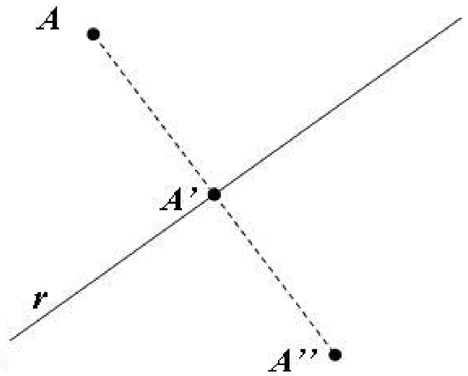
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de $r$ con $s: 2x + y - 5 = 0$.

**Solución:**

a) $2x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 4 + 1 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -5$. La recta buscada es $h: 2x - y - 5 = 0$

b) $x + 2y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 2 - 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 0$. La recta buscada es $t: x + 2y = 0$

c) Calculamos $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$:




- Calculamos una recta $t$ perpendicular a $r$ y que pase por $A$, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre $r$ y $t$:

$$\begin{cases} r: 2x - y + 4 = 0 \\ t: x + 2y = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(-\frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

- El punto $A'$ calculado es el punto medio entre el punto $A$ y el punto $A''$ que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(-\frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right) - (2, -1) = \left(-\frac{26}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|2x-y+4|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y-5|}{\sqrt{5}} \Longrightarrow |2x-y+4| = |2x+y-5|$$

- $2x - y + 4 = 2x + y - 5 \Longrightarrow y - \dfrac{9}{2} = 0$
- $2x - y + 4 = -2x - y + 5 \Longrightarrow x - \dfrac{1}{4} = 0$