# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
**Enero 2022**

**Problema 1** Dados los números complejos $z_1 = -3 + 7i$ y $z_2 = 1 - 5i$. Se pide calcular:

a) $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$

b) $z_1 \cdot z_2$

c) $\dfrac{z_1}{z_2}$

**Solución:**

a) $z_1 + z_2 = -2 + 2i$ y $z_1 - z_2 = -4 + 12i$

b) $z_1 \cdot z_2 = 32 + 22i$

c) $\dfrac{z_1}{z_2} = -\dfrac{19}{13} - \dfrac{4}{13}i$

**Problema 2** Si $z = -2 + 7i$ calcular $z^{10}$.

**Solución:**

$$z = -2 + 7i = \sqrt{53}_{105^\circ 56' 43''} = \sqrt{53}(\cos 105^\circ 56' 43'' + i \sin 105^\circ 56' 43'')$$

$$z^{10} = (-2 + 7i)^{10} = 53^5_{10 \cdot 105^\circ 56' 43''} = 53^5_{1059^\circ 27' 14''} = 53^5_{339^\circ 27' 14''} =$$

$$53^5(\cos 339^\circ 27' 14'' + i \sin 339^\circ 27' 14'') = (391594275 - 146769868i)$$

**Problema 3** Calcular las raices de $\sqrt[3]{-2 + 5i}$

**Solución:**

$$z = -2 + 5i = \sqrt{29}_{111^\circ 48' 5''} = \sqrt{29}(\cos 111^\circ 48' 5'' + i \sin 111^\circ 48' 5'')$$

$$\sqrt[3]{z} = \begin{cases} \sqrt[6]{29}_{37^\circ 16' 2''} = \sqrt[6]{29}(\cos 37^\circ 16' 2'' + i \sin 37^\circ 16' 2'') \\ \sqrt[6]{29}_{157^\circ 16' 2''} = \sqrt[6]{29}(\cos 157^\circ 16' 2'' + i \sin 157^\circ 16' 2'') \\ \sqrt[6]{29}_{277^\circ 16' 2''} = \sqrt[6]{29}(\cos 277^\circ 16' 2'' + i \sin 277^\circ 16' 2'') \end{cases}$$

**Problema 4** Sean $A(-5, -2)$, $B(6, 0)$ y $C(1, 8)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

a) Calcular el cuarto vértice $D$.

b) La longitud de sus lados.

c) Los ángulos que forman.

d) Decidir de que figura geométrica se trata.

e) Su centro.

f) La altura sobre el lado $\overline{AB}$.

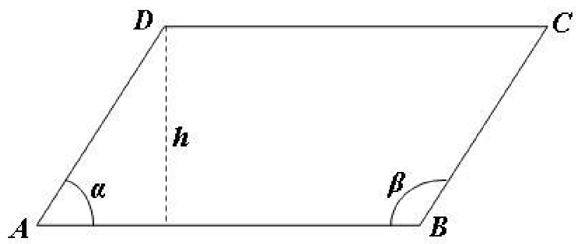
g) Su área.

h) El punto simétrico de $A$ respecto de $C$

i) Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AC}$ con módulo 7.

j) Dividir el segmento $\overline{AC}$ en tres segmentos iguales.

**Solución:**




a) $D = A + \overrightarrow{BC} = (-5, -2) + (-5, 8) = (-10, 6)$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |(11, 2)| = 5\sqrt{5}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(-5, 8)| = \sqrt{89}$

c) $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \dfrac{-55 + 16}{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{89}} \Longrightarrow \alpha = 111^\circ 42' 2''$ y $\beta = 68^\circ 17' 58''$

d) Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e) $M\,(-2, 3)$

f)
$$\sin\alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \Longrightarrow h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin\alpha = 8,7654\ u$$

g) $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 98\ u^2$

h) $C = \dfrac{A + A'}{2} \Longrightarrow A' = 2C - A = (7, 18)$

i) $\overrightarrow{AC} = (6,10) \perp \overrightarrow{u} = (10,-6)$ y $\overrightarrow{w} = \dfrac{7}{\sqrt{136}}(10,-6) = \left(\dfrac{35\sqrt{34}}{34}, -\dfrac{21\sqrt{34}}{34}\right)$ es un vector perpendicular al $\overrightarrow{AC}$, pero con módulo 7.

j)
$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(2, \frac{10}{3}\right)$$
$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-5,-2) + \left(2, \frac{10}{3}\right) = \left(-3, \frac{4}{3}\right)$$
$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left(-3, \frac{4}{3}\right) + \left(2, \frac{10}{3}\right) = \left(-1, \frac{14}{3}\right)$$
$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left(-1, \frac{14}{3}\right) + \left(2, \frac{10}{3}\right) = (1,8)$$