Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Diciembre 2021

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^4+x^2-4x+1}{7x^4-2x-1}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2-3x+1}{9x^2-4x+3}\right)^{x+6}$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{3x^2-5x+9}{3x^2+2}\right)^{5x}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{7x^4-2x^3+5x^2-5x+3}}{3x^2-3x+5}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+8x^3-x^2-9x+1}{5x^4+x^3-7x^2+2x-1}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^3-5x^2+3x-2}{x^3+2x^2-10x+4}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 7}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^4+x^2-4x+1}{7x^4-2x-1}=\dfrac{3}{7}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2-3x+1}{9x^2-4x+3}\right)^{x+6}=0$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{3x^2-5x+9}{3x^2+2}\right)^{5x}=e^{-25/3}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{7x^4-2x^3+5x^2-5x+3}}{3x^2-3x+5}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+8x^3-x^2-9x+1}{5x^4+x^3-7x^2+2x-1}=\dfrac{17}{11}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^3-5x^2+3x-2}{x^3+2x^2-10x+4}=\dfrac{7}{10}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 7} \dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{8x-5}}{x-7} = \dfrac{\sqrt{51}}{17}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5} = \dfrac{2\sqrt{29}}{29}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{3x^3-x^2-x+1}$

b) $y = \ln(3x^3-2)$

c) $y = (x^2+3x-2)^{38}$

d) $y = (x^2+5x-2)(x^3+2x^2+5)$

e) $y = \dfrac{x^2+1}{3x-2}$

f) $y = \ln \dfrac{2x^2-x+6}{x^2+2x-1}$

g) $y = (x^2-2)^{\sin x}$

h) $y = \arctan(3x^2-x+5)$

i) $y = \sqrt{7x^2-2x+5}$

Solución:

a) $y = e^{3x^3-x^2-x+1} \Longrightarrow y' = (9x^2-2x-1)e^{3x^3-x^2-x+1}$

b) $y = \ln(3x^3-2) \Longrightarrow y' = \dfrac{9x^2}{3x^3-2}$

c) $y = (x^2+3x-2)^{38} \Longrightarrow y' = 38(x^2+3x-2)^{37}(2x+3)$

d) $y = (x^2+5x-2)(x^3+2x^2+5) \Longrightarrow y' = (2x+5)(x^3+2x^2+5)+(x^2+5x-2)(3x^2+4x)$

e) $y = \dfrac{x^2+1}{3x-2} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x)(3x-2)-(x^2+1)3}{(3x-2)^2}$

f) $y = \ln \dfrac{2x^2-x+6}{x^2+2x-1} = \ln(2x^2-x+6)-\ln(x^2+2x-1) \Longrightarrow y' = \dfrac{4x-1}{2x^2-x+6} - \dfrac{2x+2}{x^2+2x-1}$

g) $y = (x^2-2)^{\sin x} \Longrightarrow y' = (x^2-2)^{\sin x}\left(\cos x \ln(x^2-2) + \sin x \dfrac{2x}{x^2-2}\right)$

h) $y = \arctan(3x^2-x+5) \Longrightarrow y' = \dfrac{6x-1}{1+(3x^2-x+5)^2}$

i) $y = \sqrt{7x^2 - 2x + 5} \Longrightarrow y' = \dfrac{14x - 2}{2\sqrt{7x^2 - 2x + 5}}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la siguiente funciones en el punto $x = 1$:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 3}{x^2 - 3}$.

b) $f(x) = xe^{5x-5}$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = \dfrac{1}{2}$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{x^2 + 3}{(x^2 - 3)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = -1$$

Recta Tangente: $y - \dfrac{1}{2} = -1(x - 1)$

Recta Normal: $y - \dfrac{1}{2} = x - 1$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 1$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = (5x + 1)e^{5x-5} \Longrightarrow m = f'(1) = 6$$

Recta Tangente: $y - 1 = 6(x - 1)$

Recta Normal: $y - 1 = -\dfrac{1}{6}(x - 1)$