Examen de Estadística
Mayo 2021

Problema 1 Se sabe que 5 de cada 20 enfermos Covid ingresados en un hospital van a necesitar cuidados UCI. En una sala hay 9 enfermos ingresados con Covid diagnosticado. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) Ninguno de ellos necesitarán UCI.

b) (0,5 puntos) Todos necesitarán UCI.

c) (0,75 puntos) Tres o menos de tres necesitarán UCI.

d) (0,75 puntos) Más de tres necesitarán UCI.

e) (0,75 puntos) Dos o más de dos pero menos de cinco necesitarán UCI.

Solución:

$$B(9; 0,25)$$

a) $P(X=0) = \binom{9}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^9 = 0,07508468627$

b) $P(X=9) = \binom{9}{9} \cdot 0,25^9 \cdot 0,75^0 = 3,814697265 \cdot 10^{-6}$

c) $P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) =$
$\binom{9}{0} \cdot 0,25^0 \cdot 0,75^9 + \binom{9}{1} \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^8 + \binom{9}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^7 + \binom{9}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^6 = 0,8342742919$

d) $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - 0,8342742919 = 0,1657257080$

e) $P(2 \leq X < 5) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) =$
$\binom{9}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^7 + \binom{9}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^6 + \binom{9}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^5 = 0,6507339477$

Problema 2 El número de contagiados Covid a nivel nacional un día determinado ha sido de 25000. Si sabemos que 20 de cada 100 van necesitar hospitalización se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.

b) (0,5 puntos) Probabilidad de que se hospitalicen 5135 contagiados.

c) (0,5 puntos) Probabilidad de que se hospitalicen 4750 como mínimo y menos de 5201 contagiados.

d) (0,5 puntos) Probabilidad de que se hospitalicen entre 5124 y 5322 compradores contagiados.

e) (0,5 puntos) Probabilidad de que se hospitalicen más 4891 pero menos de 4903.

f) (0,5 puntos) Probabilidad de que se hospitalicen menos de 4855 compradores.

g) (0,5 puntos) Si se han recibido en un hospital a 173 personas contagiadas ¿cuántas quedarán ingresadas?

Solución

a)
$$p = 0,2, \;\; q = 1 - p = 0,8, \;\; n = 25000 \Longrightarrow B(25000; 0,20)$$

Como $n > 10$, $np = 5000 > 5$ y $nq = 20000 > 5$:
$$\mu = np = 5000, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 63,246 \Longrightarrow N(5000; 63,246)$$

b) $P(X = 5135) = P\left(\frac{5134{,}5-5000}{63{,}246} \leq Z \leq \frac{5135{,}5-5000}{63{,}246}\right) = P(2,13 \leq Z \leq 2,14) = P(Z \leq 2,14) - P(Z \leq 2,13) = 0,9838 - 0,9834 = 0,0004$

c) $P(4749,5 < X < 5200,5) = P\left(\frac{4749{,}5-5000}{63{,}246} \leq Z \leq \frac{5200{,}5-5000}{63{,}246}\right) = P\left(-3,96 \leq Z \leq 3,17\right) = P(Z \leq 3,17) - P(Z \leq -3,96) = P(Z \leq 3,17) - (1 - P(Z \leq 3,96)) = 0,9992 - (1 - 0,9992) = 0,9984$

d) $P(5124,5 < X < 5321,5) = P\left(\frac{5124{,}5-5000}{63{,}246} \leq Z \leq \frac{5321{,}5-5000}{63{,}246}\right) = P\left(1,97 \leq Z \leq 5,08\right) = P(Z \leq 5,08) - P(Z \leq 1,97) = 1 - 0,9756 = 0,0244$

e) $P(4891,5 < X < 4902,5) = P\left(\frac{4891{,}5-5000}{63{,}246} \leq Z \leq \frac{4902{,}5-5000}{63{,}246}\right) = P\left(-1,72 \leq Z \leq -1,54\right) = P(Z \leq -1,54) - P(Z \leq -1,72) = P(Z \leq 1,72) - P(Z \leq 1,54) = 0,9573 - 0,9382 = 0,0181$

f) $P(X < 4854,5) = P\left(Z \leq \frac{4854{,}5-5000}{63{,}246}\right) = (Z \leq -2,30) = 1 - P\left(Z \leq 2,30\right) = 1 - 0,9893 = 0,0107$

g) Si $n = 173$ entonces $E[X] = np = 173 \cdot 0,20 = 34,6$ como tiene que ser un número natural diríamos que aproximadamente 35 personas serían hospitalizadas.

Problema 3 Se ha creado un hospital para recibir y hospitalizar a los contagiados. El número de individuos que requieren hospitalización siguen una distribución normal de media 35 con una desviación típica de 5 individuos. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) se hospitalizan más de 38 individuos.

b) (0,75 puntos) se hospitalizan entre 37 y 40 individuos.

c) (0,75 puntos) se hospitalizan entre 30 y 40 individuos.

d) (0,75 puntos) se hospitalizan entre 25 y 33 individuos.

e) (0,5 puntos) se hospitalizan menos de 25 individuos.

Solución:
$$N(35, 5)$$

a) $P(X \geq 38) = P\left(Z \geq \frac{38-35}{5}\right) = P(Z \geq 0,6) = 1 - P(Z \leq 0,6) = 1 - 0,7257 = 0,2743$

b) $P(37 \leq X \leq 40) = P\left(\frac{37-35}{5} \leq Z \leq \frac{40-35}{5}\right) = P(0,4 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq 0,4) = 0,8413 - 0,6554 = 0,1859$

c) $P(30 \leq X \leq 40) = P\left(\frac{30-35}{5} \leq Z \leq \frac{40-35}{5}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 1)) = 2P(Z \leq 1) - 1 = 0,6826$

d) $P(25 \leq X \leq 33) = P\left(\frac{25-35}{5} \leq Z \leq \frac{33-35}{5}\right) = P(-2 \leq Z \leq -0,4) = P(Z \leq -0,4) - P(Z \leq -2) = 1 - P(Z \leq 0,4) - (1 - P(Z \leq 2)) = 0,9772 - 0,6554 = 0,3218$

e) $P(X \leq 25) = P\left(Z < \frac{25-35}{5}\right) = P(Z \leq -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$